

# Fusão Bayesiana de Imagens Utilizando Coeficientes de Correlação Localmente Adaptáveis

GUSTAVO TADEU ZANIBONI<sup>1</sup>  
NELSON DELFINO D'AVILA MASCARENHAS<sup>1</sup>

<sup>1</sup>UFSCAR - Universidade Federal de São Carlos  
Departamento de Computação  
GAPIS - Grupo de Arquitetura e Processamento de Imagens e Sinais  
Via Washington Luís, Km 235 - São Carlos, SP, Brasil.  
CP 676 CEP 13565-905  
{ gustavo, nelson }@dc.ufscar.br

**Abstract.** This paper adopts a bayesian approach to generate synthetic images by using both multispectral and panchromatic images, together with locally adaptive correlation coefficients. The method comprises two steps: (a) the generation of interpolated images using the bayesian approach with locally adaptive correlation coefficients; and (b) the generation of synthetic multispectral images close to the panchromatic resolution using the bayesian approach, together with locally adaptive correlation coefficients. As an example, the method is applied to SPOT images of São José dos Campos, SP, Brazil. A visual comparison between the interpolated images with, and without, locally adaptive correlation coefficients is also presented.

**Keywords:** Digital Image Processing, Image Interpolation, Remote Sensing

## 1 - Introdução

De maneira geral, a fusão de imagens inclui técnicas para a integração de dados provenientes de diferentes sensores sobre um dado objeto. O problema da fusão de imagens tem recebido muita atenção recentemente, o que ocorre devido ao fato de que freqüentemente imagens de vários tipos são obtidas para um mesmo objeto. Usando esses métodos, pode-se obter produtos que incorporem as melhores características de diferentes sensores.

Muitos autores têm obtido bons resultados nessa área e alguns desses resultados serão citados a seguir. Daily et al. (1979) combinou imagens de radar e Landsat MSS para interpretação geológica em litologia terrestre. Um produto similar a falsa cor de fotografias aéreas foi obtida por Cliche e Bonn (1985) com a simulação das bandas pancromáticas e multiespectrais do SPOT. Chavez (1986) combinou imagens Landsat TM com fotografias aéreas digitalizadas na escala 1:24000. Prince (1987) desenvolveu uma técnica que combina duas resoluções espaciais diferentes do sensor HRV-SPOT (20m e 10m), obtendo simulações para imagens Landsat TM com 15m de resolução. Chavez et al. (1991) apresentou uma revisão de alguns métodos para fusão de imagens, incluindo a técnica de principais componentes.

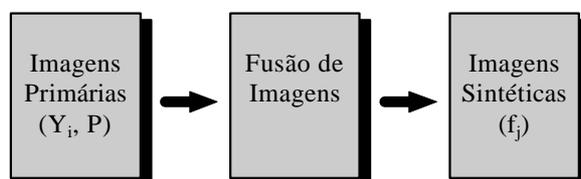
O uso da transformação IHS (Intensidade-cor-saturação) tem sido muito apresentado na literatura. Pode-se mencionar o trabalho de Haydn et al. (1982), no qual muitos métodos são baseados e o trabalho de Dutra et al. (1988) e Carper et al. (1990). Brum (1989) usou as bandas pancromática e multiespectrais do SPOT para gerar três bandas sintéticas com resolução espacial aproximada de 10m e resolução espectral equivalente às bandas multiespectrais originais.

Mascarenhas et al. (1991) propôs a simulação da banda pancromática degradada do SPOT pela combinação linear das bandas multiespectrais como exemplo de um método potencial para a diminuição da taxa de transferência de dados entre o satélite e a terra. Além disso, a conferência da NASA em Tilton (1991) foi dedicada a área de integração de dados e sensoriamento remoto.

Finalmente, um novo método para fusão de imagens usando a teoria de estimação Bayesiana foi proposto por Mascarenhas et al. (1996).

Neste trabalho, o método proposto por Mascarenhas et al. (1996) foi empregado usando coeficientes de correlação localmente adaptáveis. Além disso, foi feita uma comparação visual entre os resultados da interpolação e da síntese com e sem os coeficientes de correlação localmente adaptáveis.

A **figura 1** mostra um esquema geral do método proposto por Mascarenhas et al. (1996).  $P$  indica a imagem pancromática, com alta resolução espacial;  $Y_j$ ,  $j = 1, 2, 3$  indica as imagens multiespectrais, com alta resolução espectral e  $f_j$ ,  $j = 1, 2, 3$  indica o resultado da fusão, com imagens que têm altas resoluções espacial e espectral.



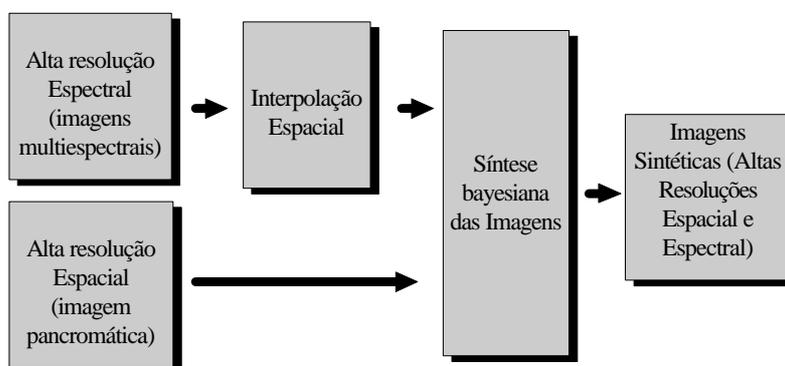
**Figura 1 - Esquema geral do método de fusão**

O presente trabalho é composto de duas etapas básicas :

(a) Interpolação das imagens multiespectrais. Para isso será empregada a formulação estatística bayesiana, pelo princípio de ortogonalidade.

(b) Geração das imagens multiespectrais sintéticas ideais a partir da banda pancromática e das imagens interpoladas. A geração dessas imagens utiliza também a formulação bayesiana pelo princípio de ortogonalidade.

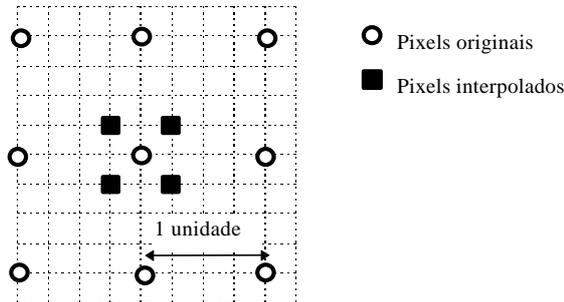
A **figura 2** mostra em linhas gerais o método proposto.



**Figura 2 - Diagrama do método proposto**

## 2 - Interpolação Espacial

O processo de interpolação é realizado de acordo com o método proposto por Mascarenhas et al. (1996). A utilização dos coeficientes de correlação localmente adaptáveis será descrita após a descrição do processo de interpolação.



**Figura 3 - Diagrama do esquema de interpolação**

Tanto os pixels do grid original quanto os pixels interpolados são encarados como variáveis aleatórias. A estimação linear dos pixels interpolados será realizada sob o critério de mínimo erro médio quadrático, usando o princípio da ortogonalidade. Será assumida, por simplicidade, a separabilidade das estruturas de correlação tanto no domínio espacial quanto no espectral. Esse modelo tem sido usado para restauração de imagens multiespectrais Hunt & Kübler (1984). Além disso, será assumida a separabilidade na estrutura de correlação espacial nas direções horizontal e vertical e ainda um modelo Markoviano de primeira ordem em cada direção. Isso tem sido amplamente assumido na literatura de processamento de imagens Pratt (1991).

Uma vizinhança de 3x3 pixels em cada banda multiespectral com resolução de 20m (B1, B2 e B3), será usada para estimar linearmente quatro pixels (2x2) com resolução de 10m cobrindo o pixel central da vizinhança em cada banda, como descrito na **Figura 3**. Portanto serão usados 27 pixels (nove em cada banda) para estimar 12 pixels (quatro em cada banda).

Será denotado por  $y$  o vetor (27x1) obtido pela ordenação lexicográfica das observações na vizinhança 3x3 sobre as três bandas multiespectrais, ou seja, ordenação por bandas, por linhas e enfim, por colunas.

Seja, ainda,  $x$  o vetor (12x1) obtido similarmente pela ordenação lexicográfica dos pixels as serem estimados no centro da vizinhança 3x3 nas três bandas multiespectrais.

Então, o estimador linear não-homogêneo terá a seguinte forma :

$$\hat{x} = Ay + b \quad (I)$$

Sob uma abordagem bayesiana para a estimação, a matriz  $A$  e o vetor  $b$  serão obtidos segundo o Princípio da Ortogonalidade (Papoulis, 1984), e dados por :

$$\hat{x} = E[x] + \sum_{xy} \sum_{yy}^{-1} (y - E[y]) \quad (II)$$

onde  $E[x]$  é o valor esperado estatístico,  $\sum_{xy}$  é a matriz de covariância cruzada de  $x$  e  $y$ , e  $\sum_{yy}$  é a matriz de auto-covariância de  $y$ .

Será assumido que, no processo de interpolação, os valores esperados não se alterem, ou seja,

$$E[x] = E[y] \quad (III)$$

Assumindo a separabilidade e a ordenação lexicográfica, as matrizes de covariância serão dadas por (Candeias 1992) :

$$\Sigma_{xy} = (C_h)_{xy} \otimes (C_v)_{xy} \otimes (\Sigma_s) \quad (IV)$$

$$\Sigma_{yy} = (C_h)_{yy} \otimes (C_v)_{yy} \otimes (\Sigma_s) \quad (V)$$

O símbolo  $\otimes$  representa o produto de Kronecker para duas matrizes (Graybill 1969) e h, v e s representam, respectivamente, as direções horizontal, vertical e espectral. Deve-se notar que o produto de Kronecker não é comutativo. Assim, dependendo da ordem dos fatores, diferentes resultados podem ser obtidos, Porém, adotando a ordenação lexicográfica, impõe-se uma única ordem dada pelas equações (IV) e (V) para representar a estrutura de correlação entre os pixels envolvidos.

Sob uma estrutura de correlação espacial Markoviana de primeira ordem, as matrizes  $(C_h)_{xy}$  e  $(C_h)_{yy}$  são dadas por :

$$(C_h)_{xy} = \begin{bmatrix} r_h^{3/4} & r_h^{1/4} & r_h^{5/4} \\ r_h^{5/4} & r_h^{1/4} & r_h^{3/4} \end{bmatrix} \quad e \quad (VI)$$

$$(C_h)_{yy} = \begin{bmatrix} 1 & r_h & r_h^2 \\ r_h & 1 & r_h \\ r_h^2 & r_h & 1 \end{bmatrix} \quad (VII)$$

onde  $\rho_h$  é o coeficiente de correlação na direção horizontal. A mesma estrutura é válida para  $(C_v)_{xy}$  e  $(C_v)_{yy}$ , substituindo  $\rho_h$  por  $\rho_v$ . A especificação das potências de  $\rho_h$  e  $\rho_v$  depende das distâncias entre os pixels nas direções horizontal e vertical, adotando uma estrutura Markoviana. A distância entre pixels adjacentes na banda original é assumida como uma unidade. A especificação dos coeficientes de correlação permite uma adaptação do método às características locais da imagem.

A matriz de covariância  $\Sigma_s$  é a matriz de covariância entre as bandas multiespectrais e é dada por :

$$(\Sigma_s) = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12}^2 & \sigma_{13}^2 \\ \sigma_{21}^2 & \sigma_{22}^2 & \sigma_{23}^2 \\ \sigma_{31}^2 & \sigma_{32}^2 & \sigma_{33}^2 \end{bmatrix} \quad (VIII)$$

onde  $\sigma_{ij}^2$  é a covariância entre as bandas i e j, e  $\sigma_{ii}^2$  é a variância na banda i.

A matriz de covariância do vetor  $\hat{x}$ , dos pixels interpolados, pode ser obtida facilmente :

$$\sum_{\hat{x}} = A \sum_{yy} A^T = \sum_{xy} \sum_{yy}^{-1} \sum_{xy}^T \quad (IX)$$

onde A é dado pela equação  $A = \sum_{xy} \sum_{yy}^{-1}$ .

Pode ser observado que a matriz de covariância  $\sum_{\hat{x}}$  (12x12) não carrega apenas informação espectral, mas também informação espacial dos pixels interpolados.

### 3 - Coeficientes de correlação localmente adaptáveis

Como o método de interpolação depende dos coeficientes de correlação vertical e horizontal, podemos adaptá-los às mudanças das estatísticas locais.

A escolha desses coeficientes de correlação é feita de acordo com o seguinte procedimento :

(a) Para todos os pixels  $y_{i,j}$  nas imagens multiespectrais a serem interpoladas, é computada a “soma das diferenças” horizontal ( $SD_{h_{i,j}}$ ), vertical ( $SD_{v_{i,j}}$ ) e total ( $SD_{i,j}$ ) dos pixels em cada vizinhança 3x3 centrada em  $y_{i,j}$ .

$$SD_{h_{i,j}} = \sum_{m=-1}^1 \sum_{n=0}^1 |y_{i+m,j+n-1} - y_{i+m,j+n}|,$$

$$SD_{v_{i,j}} = \sum_{m=-1}^1 \sum_{n=0}^1 |y_{i+n-1,j+m} - y_{i+n,j+m}|,$$

$$SD_{i,j} = SD_{h_{i,j}} + SD_{v_{i,j}},$$

(b) Computa-se o histograma de  $SD_{i,j}$  ( ou de  $SD_{h_{i,j}}$  e  $SD_{v_{i,j}}$ ) para todos os pixels da imagem.

(c) Encontram-se k centros ( $C_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ ) definindo k regiões ( $k = 1, \dots, k$ ) neste histograma uni-dimensional usando o algoritmo de k-médias proposto por Duda e Hart (1973)

(d) Calcula-se

$$(\Sigma_{xy})_i, i = 1, \dots, k \text{ e}$$

$(\Sigma_{yy})_i, i = 1, \dots, k$ , usando diferentes  $\rho_h$  e  $\rho_v$  para cada i, usando valores altos de  $\rho_h$  e  $\rho_v$  para valores baixos de  $C_i$  obtidos em (c).

(e) No proceso de interpolação bayesiano, substituem-se os valores de  $\Sigma_{xy}$  e  $\Sigma_{yy}$  na equação (II) pelos valores  $(\Sigma_{xy})_m$  e  $(\Sigma_{yy})_m$  onde m é a região definida em (c) para cada pixel  $y_{i,j}$

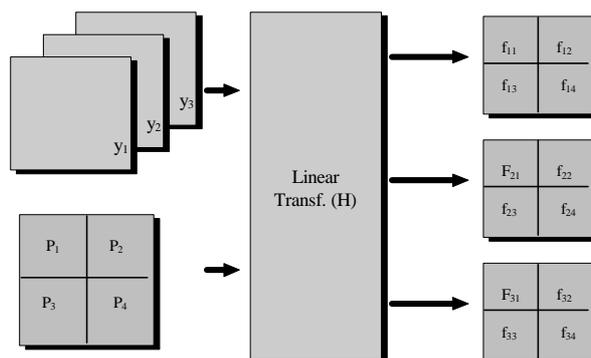
Note que o método pode escolher  $\rho_h = \rho_v$  nesse procedimento usando  $SD_{i,j}$ , ou então usar  $SD_{h_{i,j}}$  e  $SD_{v_{i,j}}$  para escolher diferentes  $\rho_h$  e  $\rho_v$  respectivamente.

### 4 - Síntese Bayesiana

O processo de síntese bayesiana de imagens usará o modelo proposto por Mascarenhas et al. (1996) modificado para usar coeficientes de correlação localmente adaptáveis. A informação *a priori* será incorporada usando o estimador interpolado  $\hat{x}$  (dado pela equação (II)) e sua matriz de covariância  $\sum_{\hat{x}}$  (dada pela equação (IX)), como o vetor média *a priori* e como a sua matriz de covariância, respectivamente, para o processo de síntese bayesiana. A razão disso reside no fato de que, no processo de síntese, deseja-se estimar

estatisticamente bandas ideais com 10m de resolução que são espectralmente próximas das bandas multiespectrais de 20m de resolução.

Vamos denotar por  $y_1$ ,  $y_2$  e  $y_3$  os valores dos pixels nas três bandas multiespectrais, com 20m de resolução, correspondentes a um dado elemento  $A$ . Denotaremos por  $p_j$  com  $j=1, \dots, 4$  os valores dos quatro pixels na imagem pancromática com 10m de resolução, correspondentes a nove elementos sobre  $A$ . Finalmente, vamos denotar  $f_{ij}$  com  $i=1, 2, 3$  e  $j=1, \dots, 4$  os valores dos pixels em doze pixels sintéticos com 10m de resolução, nove para cada banda sintética, correspondendo aos mesmos nove elementos sobre  $A$ , como no esquema da **Figura 4**.



**Figura 4 - Relação entre as bandas multiespectrais interpoladas do SPOT, a banda pancromática do SPOT e as bandas sintéticas**

No processo de síntese bayesiana, o vetor de observações  $z$  será composto de doze componentes, como abaixo :

$$z^T = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4 \ y_1 \ y_2 \ y_3] \quad (XI)$$

O vetor  $f$ , dos pixels sintéticos terá vinte e sete componentes, nove para cada banda, e será dado por :

$$f^T = [f_{11} \ \dots \ f_{14} \ f_{21} \ \dots \ f_{24} \ f_{31} \ \dots \ f_{34}] \quad (XII)$$

O vetor  $f$  pode ser localmente relacionado com o vetor de observações  $z$ , utilizando uma matriz de observações  $H$ , descrita mais tarde, usando um modelo linear (Mascarenhas et al. 1996), ou seja,

$$z = Hf + r, \quad (XIII)$$

onde  $r$  representa um vetor de erro no modelo linear, assumindo uma matriz de covariância  $V$  (ruído fictício)

O modelo linear (XIII) foi implementado e testado por Brum (1989), Candeias (1991) e Mascarenhas et al. (1996).

Como se deseja sintetizar bandas espectralmente sobrepostas às bandas multiespectrais, as bandas sintéticas serão definidas por bandas ideais (cortes verticais) sobre cada uma das bandas multiespectrais  $B_1$ ,  $B_2$  e  $B_3$ .

Os componentes da matriz H são definidos pela fração da área sob as curvas de sensibilidade espectrais ideais em relação as áreas sob a curva de resposta espectral da banda pancromática real e das bandas multiespectrais. (veja equações (XIV) e (XV)). Mais especificamente, a matriz H (12x27) é dada por :

$$H = \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & \Lambda_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{bmatrix} \quad (\text{XIV})$$

onde:

$$\Lambda_i = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{a}_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{a}_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{a}_i \end{bmatrix}$$

com  $i = 1, 2$  e  $3$ ,

$$B_i = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{1i} & \mathbf{b}_{1i} & \mathbf{b}_{1i} & \mathbf{b}_{1i} \\ \mathbf{b}_{2i} & \mathbf{b}_{2i} & \mathbf{b}_{2i} & \mathbf{b}_{2i} \\ \mathbf{b}_{3i} & \mathbf{b}_{3i} & \mathbf{b}_{3i} & \mathbf{b}_{3i} \end{bmatrix}$$

com  $i = 1, 2$  e  $3$ ,

$$\alpha_i = \frac{P \cap S_i}{p} \quad (\text{XV})$$

onde  $P \cap S_i$  é a área sob o ínfimo entre a curva de resposta espectral da banda pancromática e a curva de resposta espectral da  $i$ ésima banda ideal, com  $i = 1, 2, 3$ , e

$$\mathbf{b}_{jk} = \frac{b_{jk}}{4} = \frac{1}{4} \frac{x_{sk} \cap S_j}{x_{sk}} \quad (\text{XVI})$$

onde  $x_{sk}$  é a área sob a  $k$ ésima curva de resposta espectral da banda multiespectral  $x_k$  e  $x_{sk} \cap S_j$  é a área sob o ínfimo entre a área da curva de resposta espectral da  $k$ ésima banda multiespectral e a área da curva de resposta espectral da  $j$ ésima banda ideal, com  $k = 1, 2, 3$  e  $j = 1, 2, 3$ .

Será suposta uma resposta espectral infinita para as bandas sintéticas ideais dentro de seus limites. O fator  $1/4$  é dado devido a diferença entre as resoluções das bandas multiespectrais (20m) e das bandas sintéticas (10m).

Formulando o processo de síntese sob uma estrutura bayesiana, combinando o vetor de observações  $z$  (12x1) e a informação interpolada *a priori*, representada pelo vetor interpolado das bandas multiespectrais  $\hat{x}$  (12x1) e sua matriz de covariancia  $C = \sum \hat{x}$ , uma estimação linear de erro médio quadrático é realizada, utilizando o princípio da ortogonalidade, resultando nas bandas estimadas sintéticas.

$$\hat{f} = E[f] + CH^T (HCH^T + V)^{-1} (z - E[z]), \quad (\text{XVII})$$

onde  $E[f] = \hat{x}$ ,  $C = \sum \hat{x}$ .

O método dos coeficientes de correlação localmente adaptáveis (item 3) proposto para a interpolação pode ser utilizado na equação (XVII), já que :

$$C = \sum_{\hat{x}} = A \sum_{yy} A^T = \sum_{xy} \sum_{yy}^{-1} \sum_{xy}^T .$$

### 5 - Resultados Experimentais e Conclusões

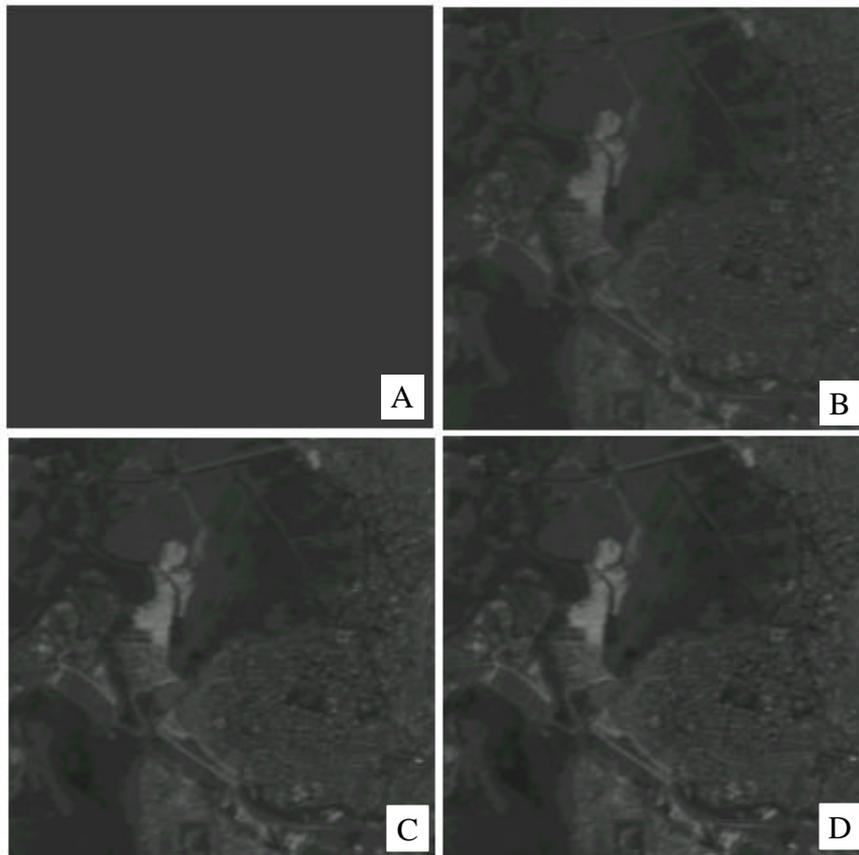
O processo de fusão é composto de duas fases. Primeiramente a interpolação é realizada e finalmente a síntese, que usa as imagens obtidas na interpolação e a imagem pancromática.

Como imagens de teste foram escolhidas imagens do satélite SPOT sobre uma região da cidade de São José dos Campos, SP, Brasil, mostradas na **Figura 5**.



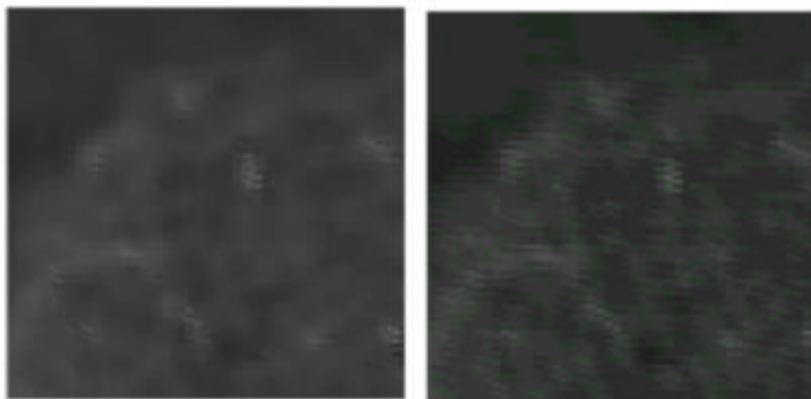
**Figura 5 - Imagens-teste originais do SPOT: a banda pancromática (P, no alto) e as três bandas multiespectrais (B1, B2 e B3)**

A **Figura 6** apresenta a banda B2 interpolada com diferentes valores de  $\rho_h = \rho_v$ . Nota-se que quando  $\rho_h = \rho_v = 0$  a imagem torna-se a média de B2.



**Figura 6 - Banda B2 interpoladas com  $\rho_h = \rho_v$  iguais a A) 0; b) 0.5; C) 0.8 e D) 0.99**

Na **figura 7** é mostrado um “zoom” da banda B2 interpolada com e sem os coeficientes de correlação localmente adaptáveis. Para a primeira interpolação foram usados dois coeficientes adaptáveis,  $\rho_h = \rho_v = 0.95$  e  $\rho_h = \rho_v = 0.1$  e para a segunda os coeficientes de correlação fixos  $\rho_h = \rho_v = 0.95$ .



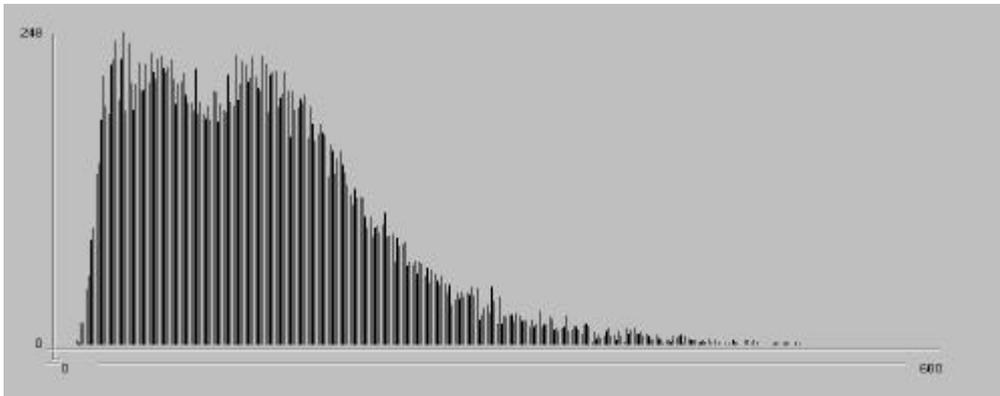
**Figura 7 - Zoom (4x) em um trecho da imagem com e sem os coeficientes de correlação localmente adaptáveis.**

A figura 8 mostra o resultado da interpolação usando coeficientes de correlação fixos  $\rho_h = \rho_v = 0.95$ .



**Figura 8 - Bandas B1, B2 e B3 interpoladas com coef. de correlação  $\rho_h = \rho_v = 0.95$**

No histograma das "somadas das diferenças" totais  $SD_{ij}$  mostrado na **figura 9** foram obtidos cinco centros pelo algoritmo de k-médias, respectivamente : 256, 295, 351, 426 e 463. Usando os valores de  $\rho_h = \rho_v$  iguais a respectivamente 0.9, 0.8, 0.6, 0.4 e 0.2 para cada região definida por esses centros, obtemos as imagens interpoladas da **figura 10**.

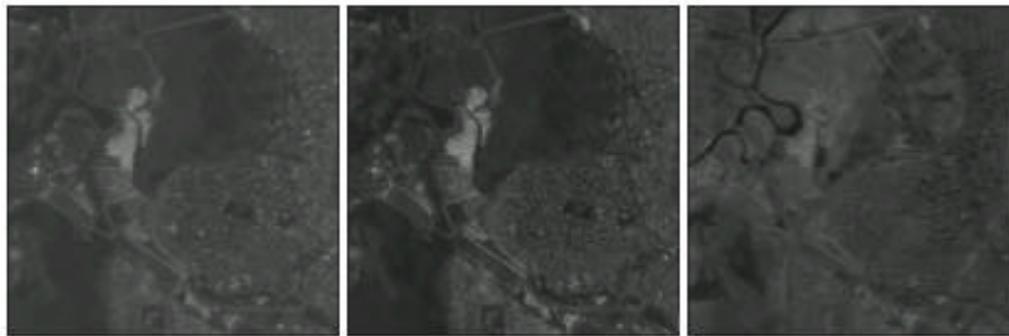


**Figura 9 - Histograma de  $SD_{ij}$  para as imagens teste**



**Figura 10 - Bandas B1, B2 e B3 interpoladas usando coeficientes de correlação localmente adaptáveis**

Finalmente, aplicando a técnica de síntese fixando a matrix  $V$  (vide Eq. XVIII) em  $V=100.I$ , onde  $I$  é a identidade, para as imagens interpoladas pelo método convencional (figura 9) obtemos os resultados da **figura 11**. Na **figura 12** são mostradas as imagens sintéticas usando as imagens interpoladas pelo método dos coeficientes de correlação localmente adaptáveis (figura 10) com o mesmo  $V$ .



**Figura 11 - Bandas sintéticas geradas usando coef. de correlação  $\rho_h = \rho_v = 0.95$**



**Figura 12 - Bandas sintéticas geradas usando coeficientes de correlação localmente adaptáveis**

Pode-se notar que, nas imagens sintéticas que utilizam a interpolação com coeficientes de correlação localmente adaptáveis, há uma melhor preservação da textura, particularmente na área urbana.

## **6 - Agradecimentos**

Gustavo T. Zaniboni teve o suporte financeiro de uma bolsa da CAPES.

## **7 - Referências Bibliográficas**

- BRUM, R. E., 1989, Integration of the multispectral and panchromatic channels of the HRV (SPOT) sensor, for obtaining color composites with spatial resolution close to 10m. MSc Thesis, (INPE-5035-TDL/403), INPE, São José dos Campos, S.P., Brazil (in Portuguese).
- CANDEIAS, A . L. B., 1992, The use of Bayesian estimation theory on satellite data fusion. MSc Thesis (INPE-5457-TDI/499), INPE, São José dos Campos, S.P. Brasil (in Portuguese).
- CARPER, J, W., LILLESAND, T.M., and KIEFER, R. W., 1990, The use of the intensity-hue-saturation transformations for merging SPOT panchromatic and multispectral image data. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 56, 459-467.
- CHAVEZ, S.P.Jr, 1986, Digital merging of Landsat TM and digitized NHAP data for 1:24000—scale image mapping. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 52, 1637-1646.

- CHAVEZ, S.P.Jr, SIDES, S. and ANDERSON, J. A., 1991 Comparison of three different methods to merge multiresolution and multispectral data: LandsatTM and SPOT panchromatic. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 57, 295-303.
- CLICHE, G. and BONN, F.P., 1985, Integration of the SPOT panchromatic channel into its multispectral mode for image sharpening-enhancement. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 51, 311-316.
- DAILY, M.I., FARR, T. and ELACHI, C., 1979, Geologic interpretation from composite Radar and Landsat imagery. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 45, 1109-1116.
- DUDA, R.O., HART, P.E., 1973, *Pattern Classification and Scene Analysis*. New York, NY, John Wiley
- DUTRA, L.V., MENEZES, P.R. and PARADELLA, W.R., 1988, Color enhancement of remote sensing imagery using IHS transformations and decorrelation stretch methods, In Congress. *International Society for Photogrammetry, Commission II, International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing* (Kyoto, ISPRS), 27, part B10, pp. 312-320.
- GRAYBILL, F. A., 1969, *Introduction to Matrices with Applications in Statistics* (Belmont: Wadsworth), pp. 196-221.
- HAYDN, R. DALKE, G.W. HENKEL, J. BARE, J.C., 1992, Application of the IHS color transform to processing of multisensor data and image enhancement In *Remote Sensing of Arid and Semi-Arid Lands, Proceedings of the 1st Thematic Conference of the International Symposium on Remote Sensing of Environment*, Erim, AnnArbor, Hichigan, Cairo, Egypt, 19-25 January, pp. 599-616
- HUNT, B.R., and KÜBLER, O., 1984, Karhunen-Loève multispectral image restoration, Part I: Theory. *I.E.E.E. Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 32, 592-599.
- JAIN, A. K., 1989, *Fundamentals of Digital Image Processing*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall
- MASCARENHAS, N. D. A. and FERNANDES, L.F.V, 1980, New methods for picture recontruition: recursive and causal techniques. *I.E.E.E. Transactions on Pattern Analysis and Machine Inteligence*, 2, 369-376..
- MASCARENHAS, N. D. A., BANON, G. J. F., and FONSECA, L.M.G., 1991, Simulation of a panchromatic band by spectral linear combination of multispectral bands. *Proceedings of The International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Espoo, Finland, June 1991* (New York. I.E.E.E.), pp. 407-414.
- MASCARENHAS, N. D. A., BANON, G. J. F., CANDEIAS, A. L. B., 1996, "Multispectral Image Data Fusion Under a Bayesian Approach", *International Journal of Remote Sensing*, vol. 17, n° 8, pp. 1457-1471.
- PAPOULIS, A., *Probability, Random Variables and Stochastic Process*, Segunda Edição, New York, McGraw-Hill, 1984, pp. 407-414.
- PRATT, W. K., 1991, *Digital Image Processing*, 2nd ed., New York, John Wiley.
- PRINCE, J.C., 1987, Combining panchromatic and multispectral imagery from dual resolution sattelite intruments. *Remote Sensing of Environment*, 21, 119-128.
- TILTON, J. C. (Editor), 1991, *Multisource Data Integration in Remote Sensing*, NASA Conference Publication 3099.