

Um Método de Ajuste de Superfícies para Grades Triangulares Considerando a Quebra de Continuidade das Linhas Características

LAÉRCIO MASSARU NAMIKAWA

INPE--Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
Caixa Postal 515, 12227-010 - São José dos Campos, SP, Brasil
laercio@dpi.inpe.br

Abstract. Ridges and valley lines (the breaklines) contain information about continuity of the surface to be modeled. Digital Terrain Models (DTM) based on triangular grids can incorporate breaklines allowing us to model real surfaces with better accuracy than regular grids. When fitting a surface on triangular patches, one can consider that the terrain is a continuous surface. The surface of continuity C^1 (first derivative continuity) to be fitted on a triangular grid must be a quintic polynomial. This surface is continuous with all neighbors patches. This work presents a method that uses triangular surface fitting based on continuity of the breaklines, allowing a realistic DTM generation.

Keywords: Digital Terrain Modelling, Delaunay Triangulation, Surface Interpolation, Breaklines.

1 Introdução

Os modelos digitais de elevação que utilizam grades regulares retangulares são amplamente utilizadas nos sistemas de informação geográfica. A popularidade deste modelo se deve a facilidade de geração e de manipulação dos dados por utilizar uma matriz como estrutura de armazenamento e é adequado para superfícies suaves e de variação contínua. Quando a superfície tem grandes variações ou tem descontinuidades, estas grades apresentam deficiências.

As descontinuidades na superfície ocorrem ao longo de linhas, em geral conhecidas por linhas de quebra (linhas de falha, linhas de vale e linhas de crista), que permitem caracterizar esta superfície. Devido a esta propriedade, as linhas de descontinuidade são chamadas também de linhas características.

Um modelo de superfície mais adequado do que o que utiliza grades regulares retangulares é necessário para incorporar a descontinuidade da superfície em lados diferentes das linhas características. Os modelos de grades irregulares triangulares permitem modelar as superfícies preservando estas linhas de quebra.

O objetivo deste trabalho é apresentar um método de geração de uma triangulação que incorpora as informações das linhas de quebra e de ajuste de superfícies suaves dependentes das descontinuidades representadas por estas linhas

As linhas de quebra são parte das informações morfológicas de uma superfície. Estas informações permitem descrever esta superfície baseada nas características de forma de maneira precisa e eficiente e

incluem ainda as regiões características e pontos característicos. Ao longo de uma linha de quebra pode-se considerar que a superfície não é contínua entre os retalhos em lados opostos desta linha. Assim o processo de ajuste de superfície deve considerar esta informação para que a representação seja o mais fiel possível.

As feições lineares da superfície, como as linhas características podem ser modeladas facilmente na grade irregular triangular através das arestas dos triângulos. Assim, uma feição linear pode ser representada como uma seqüência de arestas de triângulos contíguos.

2 Grade Irregular Triangular

Em uma grade irregular triangular os pontos de amostra estão conectados formando uma triangulação. Esta triangulação pode ser definida como o grafo planar construído sobre N pontos (os vértices do triângulo) de um espaço tridimensional XYZ , projetados no espaço bidimensional XY e unidos por segmentos de reta (as arestas do triângulo) que não se interceptam (Preparata e Shamos, 1985).

O número de triangulações viáveis que podem ser geradas a partir de um conjunto de pontos é muito grande, mas idealmente deseja-se que seja uma única. Define-se então uma restrição. Para a representação de uma superfície por meio de uma triangulação, pode-se considerar que aquela na qual as distâncias entre os pontos amostrados são as menores possíveis é a melhor. A consideração é baseada no fato da superfície interna a um dos retalhos triangulares ser dependente apenas dos

pontos mais próximos a ela. A triangulação conhecida como triangulação de Delaunay pode ser considerada uma aproximação da triangulação que satisfaz esta restrição e é aceita como padrão para representação de superfícies por vários autores (Pettinati, 1983, De Floriani et al., 1985, Falcidieno e Spagnuolo, 1991).

As propriedades da triangulação de Delaunay são:

1. A triangulação de Delaunay é a triangulação mais equilateral possível. Se a diagonal de um quadrilátero convexo formado por 2 triângulos adjacentes é a aresta comum a estes triângulos e é substituída pela outra diagonal do quadrilátero, o mínimo entre os seis ângulos internos dos triângulos não deve aumentar (Falcidieno e Spagnuolo, 1991).
2. Para todo triângulo T , da triangulação sobre o conjunto S de pontos, composto pelas arestas A_1 , A_2 e A_3 existe um círculo C com borda sobre as extremidades destas arestas e este círculo não contém outros pontos do conjunto S . Esta propriedade é conhecida como propriedade do circuncírculo. A Figura 1 mostra a triangulação de Delaunay, a estrutura dual por meio de polígonos de Voronoi e os círculos associados.

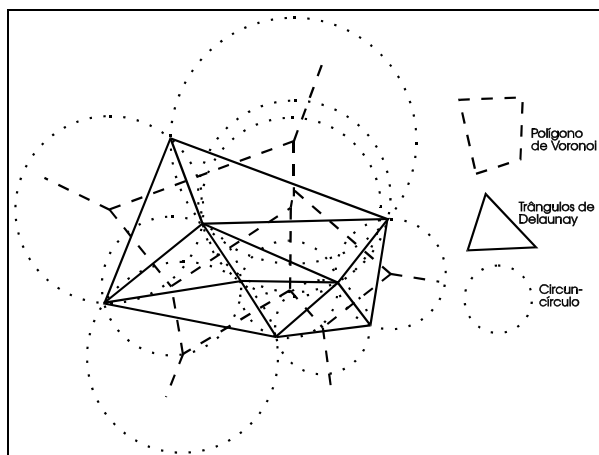


Fig. 1 - Triângulos de Delaunay, polígonos de Voronoi e os círculos associados.

A triangulação de Delaunay pode ser construída por vários métodos, como os baseados na recursão (Lee e Schachter, 1980), na divisão do espaço (Maus, 1984), na fronteira convexa (Pettinati, 1983), e na construção incremental (Rosim et al., 1993).

O método apresentado por Rosim et al. (1993) gera uma triangulação qualquer inicial e, a seguir, ela é modificada até que todos os triângulos obedeçam ao critério de Delaunay.

Para a geração da triangulação inicial, encontra-se o retângulo envolvente dos pontos e criam-se dois triângulos a partir da divisão deste retângulo pela sua diagonal. A seguir, os pontos são inseridos um a um,

gerando três novos triângulos (o triângulo que contém o novo ponto é preservado de modo a formar uma árvore que facilita a busca do triângulo que conterá o próximo ponto) a cada vez, repetindo o processo até que não existam mais pontos a serem inseridos.

Os triângulos gerados no passo anterior são analisados quanto ao critério de Delaunay e modificados se necessário. Ao final deste processo obtém-se a triangulação de Delaunay.

O método de Rosim é modificado por Namikawa (1994) para que, a cada inserção de ponto, os triângulos criados sejam testados quanto ao critério de Delaunay. Caso o triângulo testado não respeite a propriedade do circuncírculo, este é modificado. Esta variação evita a existência de triângulos muito estreitos na triangulação intermediária, além de reduzir a recursão na fase de montagem final dos triângulos. Este método é o utilizado para a construção da triangulação de Delaunay neste trabalho.

As linhas de quebra representam limites de áreas suaves e são formadas por pontos ligados um a um por segmentos. Assim, para incorporar estas linhas, cada segmento de uma linha de quebra deve ser uma aresta da triangulação. A triangulação de Delaunay obtida deve ser modificada, obtendo-se a triangulação Quasi-Delaunay, através do seguinte procedimento:

1. Para cada linha de quebra tome um segmento de reta a cada vez.
2. Determine todos os pontos de intersecção entre o segmento de reta e as arestas de triângulos.
3. Insira os pontos de intersecção na triangulação.
4. Se a linha de quebra ainda tem segmentos, tome o próximo e retorne ao passo 2.

O procedimento de inserção do passo 4 depende da área dentro do triângulo onde está o ponto a ser inserido. Caso o ponto esteja dentro do triângulo, este triângulo é dividido em 3 novos. Se o ponto está sobre a aresta do triângulo, os 2 triângulos que compartilham esta aresta são divididos em 2 novos. A Figura 2 apresenta este procedimento.

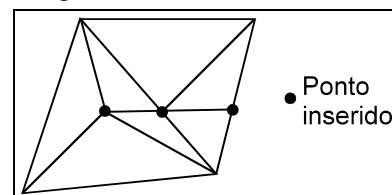


Fig 2 - Procedimento de inserção de pontos.

3 Ajuste de Superfície

As informações a serem extraídas sobre a superfície modelada podem estar localizadas em pontos diferentes

dos vértices da grade triangular gerada. Para estes casos torna-se necessário ajustar uma superfície a cada retalho da grade, permitindo estimar o valor de cota Z em uma posição XY qualquer.

A superfície a ser ajustada deve obedecer algumas restrições. Uma destas restrições é a continuidade e pode ser medida com a continuidade paramétrica C^n (Foley et al., 1991).

A continuidade paramétrica C^n é determinada pela igualdade da direção e da magnitude da derivada de ordem n das superfícies sobre a variável paramétrica, em retalhos vizinhos, ao longo da curva comum aos retalhos. Pode-se considerar que, se a superfície modelada é o terreno, a continuidade é C^1 .

A função polinomial a ser ajustada a um retalho no sistema cartesiano XYZ é da forma:

$$z(x, y) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{m-i} q_{ij} x^i y^j$$

onde m é o grau do polinômio e q_{ij} são os coeficientes a serem determinados,

O grau do polinômio é função do tipo de retalho utilizado e da continuidade que se deseja para a superfície.

Akima (1978) apresenta um método de ajuste para retalhos triangulares que utiliza uma função polinomial de grau 5. A relação entre o grau da polinomial e a continuidade para as superfícies a serem ajustadas a retalhos triangulares é definida por Zenisk (1970) por:

$$\text{grau} = (4n + 1)$$

onde n é o grau de continuidade da superfície.

Utilizando esta relação, para o retalho triangular, a superfície de continuidade C^1 é da forma:

$$z(x, y) = \sum_{i=0}^5 \sum_{j=0}^{5-i} q_{ij} x^i y^j$$

Para a resolução desta polinomial deve-se determinar 21 coeficientes para cada triângulo. O valor da função $z(x, y)$, das derivadas parciais $\partial z/\partial x$, $\partial z/\partial y$, $\partial^2 z/\partial x^2$, $\partial^2 z/\partial y^2$ e $\partial^2 z/\partial x \partial y$, em cada vértice fornecem 18 equações independentes. As três equações restantes são obtidas a partir da suposição de que a derivada parcial da superfície diferenciada na direção perpendicular a cada lado do triângulo é uma função de grau 3, no máximo, medida na variável na direção do lado considerado.

A suposição que define as três últimas equações garante também a continuidade da superfície uma vez que:

1. O sistema de coordenadas XY pode ser transformado em outro sistema cartesiano ST , onde o eixo S é paralelo a cada um dos lados do triângulo.
2. Os valores de $z(s, t)$, $\partial z/\partial s$ e $\partial^2 z/\partial s^2$ em dois vértices determinam uma polinomial de 5º grau em S para o lado entre estes dois vértices e as polinomiais em dois triângulos que compartilham um lado comum são reduzidos a polinômios de 5º grau em S sobre este lado. Os polinômios coincidem sobre o lado comum, provando a continuidade dos valores de Z interpolados ao longo dos lados do triângulo.
3. Os valores de $\partial z/\partial t$ e $\partial^2 z/\partial s \partial t = \partial^2 z/\partial t \partial s$ em dois vértices determinam um polinômio de 3º grau em S para $\partial z/\partial t$ sobre o lado. Os polinômios que representam $\partial z/\partial t$ em dois triângulos que compartilham um lado comum coincidem sobre este lado, provando a continuidade de $\partial z/\partial t$.

A prova completa é apresentada em Akima (1978).

Uma superfície em geral é contínua em toda a área de interesse, mas podem ocorrer discontinuidades de diferentes ordens. As linhas características podem, para estes casos, estar delimitando a superfície em diferentes regiões contínuas internamente, mas descontínuas em relação a regiões vizinhas. Quando isto ocorre, as linhas características são chamadas de linhas de quebra. Dois tipos de discontinuidades podem ocorrer, a devida a falhas na superfície e a discontinuidade na primeira derivada. Ao longo de uma linha de falha existem dois valores diferentes de z , ou seja, não existe a continuidade C^0 .

Na discontinuidade da primeira derivada, a continuidade é apenas C^0 ao longo da linha de quebra e as derivadas parciais na direção perpendicular a esta linha são diferentes para as superfícies em dois lados opostos da linha.

Sobre a triangulação Quasi-Delaunay, que incorpora as restrições das linhas de quebra, deve-se executar o ajuste de superfície, analisando os retalhos triangulares e tratando separadamente os retalhos com arestas sobre uma das linhas de quebra e os sem arestas sobre linhas de quebra.

A superfície ajustada tem continuidade C^1 para os retalhos que não tocam uma linha de quebra e utiliza um método de ajuste de superfície baseado no apresentado por Akima (1978).

Para os retalhos que tocam uma linha de quebra a continuidade não necessita ser C^1 na aresta sobre a linha tocada e a continuidade C^0 é suficiente. Assim, a consideração de continuidade entre retalhos deve ser modificada para este lado.

O lado do triângulo sobre uma linha de quebra não tem, obrigatoriamente, a continuidade C^1 na direção

perpendicular a este lado. No entanto, na direção do lado, a continuidade deve continuar sendo C^1 . A função na variável s , para este lado, pode ser definida por uma polinomial de 5º grau, dada por:

$$z(s) = \sum_{i=0}^5 r_i s^i = r_5 s^5 + r_4 s^4 + r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0$$

Os 6 coeficientes r_i desta polinomial podem ser definidos a partir das seguintes equações:

1. Valores da função $z(s)$ nos dois vértices sobre a linha de quebra.
2. Valores da derivada parcial $\partial z / \partial s$ nos dois vértices sobre a linha de quebra.
3. Valores da derivada parcial $\partial^2 z / \partial s^2$ nos dois vértices sobre a linha de quebra.

Se estas equações forem as mesmas para os dois retalhos em lados diferentes de uma linha de quebra, a continuidade C^0 será garantida entre as superfícies ao longo da linha de quebra.

Os valores de $z(s)$ nos dois vértices da aresta sobre uma linha de quebra são, por definição, os mesmos para os dois triângulos em lados diferentes desta linha. No entanto, as derivadas parciais na direção da linha de quebra não devem ser as mesmas para estes triângulos, se a continuidade é C^0 .

Desta maneira, a estimativa de derivadas parciais na direção da linha de quebra para os pontos sobre estas linhas deve ser efetuada sem considerar as linhas de quebra.

Na direção perpendicular a uma linha de quebra, as derivadas parciais devem ser diferentes segundo o lado em relação a esta linha considerado. Ou seja, as derivadas parciais na direção perpendicular devem ser calculadas considerando as linhas de quebra.

A consideração para o lado, apesar de garantir a continuidade C^0 ao longo das linhas de quebra, não fornece uma equação para a definição dos coeficientes da superfície. Isto ocorre porque a equação para o lado considerada é a própria equação da superfície para o lado.

A equação a ser utilizada para a definição dos coeficientes pode ser a mesma utilizada para os lados do triângulo com continuidade C^1 . O uso desta equação não implica na continuidade C^1 ao longo da linha de quebra, uma vez que esta continuidade é garantida somente quando as derivadas parciais na direção perpendicular a esta linha são iguais para os dois lados e, para este lado sobre a linha de quebra, as derivadas na direção perpendicular são diferentes.

As derivadas parciais estimadas sem considerar a restrição de continuidade utilizam a média entre os vetores normais a todos os triângulos que compartilham o ponto do vértice v_0 . A derivada parcial de primeira

ordem será definida para o vértice v_0 , vértice dos triângulos I a $n-I$, com vértices (v_0, v_1, v_2) , (v_0, v_2, v_3) , ..., (v_0, v_{n-1}, v_n) e (v_0, v_n, v_1) , respectivamente, através do vetor soma:

$$\vec{S} = (v_0 v_1 \times v_0 v_2) + (v_0 v_2 \times v_0 v_3) + \dots + (v_0 v_{n-1} \times v_0 v_n) + (v_0 v_n \times v_0 v_1)$$

$$\vec{S} = a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}$$

onde \hat{i} , \hat{j} , \hat{k} são os versores nas direções dos eixos X , Y e Z , respectivamente.

Utilizando o plano perpendicular ao vetor soma que passa pelo ponto $v_0 = (x_0, y_0, z_0)$, obtém-se as estimativas das derivadas parciais por meio de:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{a}{c}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{b}{c}$$

As derivadas parciais de segunda ordem podem ser estimadas com um processo similar, substituindo o valor de z pelos valores de $\partial z / \partial x$ e de $\partial z / \partial y$. Deve-se ressaltar que os vetores normais são considerados com valores positivos na direção do eixo Z e que $\partial^2 z / \partial x^2$ é estimado como a média entre $\partial^2 z / \partial x^2$ e $\partial^2 z / \partial y^2$.

Na estimativa de derivadas parciais considerando a restrição de continuidade, elimina-se a influência entre pontos que estão em lados diferentes de uma linha de quebra utilizando somente os valores de z , de $\partial z / \partial x$ e de $\partial z / \partial y$ de pontos que estejam do mesmo lado da linha. Assim, um ponto, vértice de dois triângulos em lados opostos em relação a uma linha de quebra, deve ter valores de derivadas parciais diferentes segundo o triângulo considerado.

A continuidade C^0 entre as superfícies dos retalhos em lados opostos em relação a uma linha de quebra é garantida se, sobre a linha de quebra, as derivadas parciais de primeira e de segunda ordem na direção da linha de quebra são iguais para as duas superfícies. Para tornar esta condição verdadeira, as derivadas parciais de primeira e de segunda ordem para os pontos sobre linhas de quebra devem ser ajustadas. Considerando o ajuste, as estimativas das derivadas parciais são dadas por:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \cos \theta \frac{\partial z}{\partial s} + \sin \theta \frac{\partial z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\sin \theta \frac{\partial z}{\partial s} + \cos \theta \frac{\partial z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \cos^2 \theta \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} + 2 \sin \theta \cos \theta \frac{\partial^2 z}{\partial s \partial t} + \sin^2 \theta \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \sin^2 \theta \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} - 2 \sin \theta \cos \theta \frac{\partial^2 z}{\partial s \partial t} + \cos^2 \theta \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial xy} = -\sin \theta \cos \theta \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} + (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \frac{\partial^2 z}{\partial s \partial t} + \sin \theta \cos \theta \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

onde:

$$\frac{\partial z}{\partial s} = \cos \theta \frac{\partial z}{\partial x} - \sin \theta \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \sin \theta \frac{\partial z}{\partial x} + \cos \theta \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial s^2} = \cos^2 \theta \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2 \sin \theta \cos \theta \frac{\partial^2 z}{\partial xy} + \sin^2 \theta \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \sin^2 \theta \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2 \sin \theta \cos \theta \frac{\partial^2 z}{\partial xy} + \cos^2 \theta \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial st} = \sin \theta \cos \theta \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \frac{\partial^2 z}{\partial xy} - \sin \theta \cos \theta \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

θ é o ângulo entre o eixo X e o eixo S do sistema de coordenadas cartesiano ST no qual o lado sobre a linha de quebra está sobre o eixo S e a origem sobre um dos vértices do lado sobre a linha de quebra.

As derivadas parciais na direção do eixo T podem ser diferentes para os triângulos em lados opostos de uma linha de quebra. No entanto, as derivadas parciais na direção de S devem ser iguais. Para que esta condição seja verdadeira, a derivadas parciais na direção do eixo S devem ser calculadas sem o uso da restrição em relação aos pontos e as linhas de quebra.

O procedimento de cálculo de todas as derivadas parciais deve ser então o seguinte:

1. Estimar as derivadas parciais $(\partial x/\partial s)_n$, $(\partial y/\partial s)_n$, $(\partial^2 z/\partial x^2)_n$, $(\partial^2 z/\partial y^2)_n$ e $(\partial^2 z/\partial xy)_n$ para todos os pontos.
2. Estimar, para os pontos sobre linhas de quebra, as derivadas $(\partial x/\partial s)_d$, $(\partial y/\partial s)_d$, $(\partial^2 z/\partial x^2)_d$, $(\partial^2 z/\partial y^2)_d$ e $(\partial^2 z/\partial xy)_d$ utilizando somente pontos que estão do lado direito da linha analisada.
3. Estimar, para os pontos sobre linhas de quebra, as derivadas $(\partial x/\partial s)_e$, $(\partial y/\partial s)_e$, $(\partial^2 z/\partial x^2)_e$, $(\partial^2 z/\partial y^2)_e$ e $(\partial^2 z/\partial xy)_e$ utilizando somente pontos que estão do lado esquerdo da linha analisada.
4. Calcular, para os pontos sobre linhas de quebra, as derivadas parciais em relação a S e T $(\partial x/\partial s)_n$, $(\partial y/\partial s)_n$, $(\partial^2 z/\partial x^2)_n$, $(\partial^2 z/\partial y^2)_n$ e $(\partial^2 z/\partial xy)_n$ que não consideram as restrições impostas por estas linhas, utilizando as derivadas parciais $(\partial x/\partial s)_n$, $(\partial y/\partial s)_n$, $(\partial^2 z/\partial x^2)_n$, $(\partial^2 z/\partial y^2)_n$ e $(\partial^2 z/\partial xy)_n$.
5. Calcular, para os pontos sobre linhas de quebra, as derivadas parciais $(\partial x/\partial s)_d$, $(\partial y/\partial s)_d$, $(\partial^2 z/\partial x^2)_d$, $(\partial^2 z/\partial y^2)_d$ e $(\partial^2 z/\partial xy)_d$ correspondentes ao lado direito da linha considerada, utilizando as derivadas parciais $(\partial x/\partial s)_d$, $(\partial y/\partial s)_d$, $(\partial^2 z/\partial x^2)_d$, $(\partial^2 z/\partial y^2)_d$ e $(\partial^2 z/\partial xy)_d$.
6. Calcular, para os pontos sobre linhas de quebra, as derivadas parciais $(\partial x/\partial s)_e$, $(\partial y/\partial s)_e$, $(\partial^2 z/\partial x^2)_e$, $(\partial^2 z/\partial y^2)_e$ e $(\partial^2 z/\partial xy)_e$ correspondentes ao lado esquerdo da linha considerada, utilizando as derivadas parciais $(\partial x/\partial s)_e$, $(\partial y/\partial s)_e$, $(\partial^2 z/\partial x^2)_e$, $(\partial^2 z/\partial y^2)_e$ e $(\partial^2 z/\partial xy)_e$.
7. Calcular, para os pontos sobre linhas de quebra, as derivadas parciais $(\partial x/\partial s)_d$, $(\partial y/\partial s)_d$, $(\partial^2 z/\partial x^2)_d$,

$(\partial^2 z/\partial y^2)_d$ e $(\partial^2 z/\partial xy)_d$ correspondentes ao lado direito da linha considerada, utilizando as derivadas parciais $(\partial x/\partial s)_n$, $(\partial y/\partial s)_d$, $(\partial^2 z/\partial x^2)_n$, $(\partial^2 z/\partial y^2)_d$ e $(\partial^2 z/\partial xy)_d$.

8. Calcular, para os pontos sobre linhas de quebra, as derivadas parciais $(\partial x/\partial s)_e$, $(\partial y/\partial s)_e$, $(\partial^2 z/\partial x^2)_e$, $(\partial^2 z/\partial y^2)_e$ e $(\partial^2 z/\partial xy)_e$ correspondentes ao lado esquerdo da linha considerada, utilizando as derivadas parciais $(\partial x/\partial s)_n$, $(\partial y/\partial s)_e$, $(\partial^2 z/\partial x^2)_n$, $(\partial^2 z/\partial y^2)_e$.

O procedimento de ajuste de superfície não define como o valor Z em cada um dos pontos sobre a linha de quebra é determinado. A alternativa utilizada considera que os valores Z dos pontos sobre linhas de quebra são obtidos pelo ajuste da superfície quártica sobre os triângulos interceptados por estas linhas. A superfície quártica aqui utilizada não considera as informações das linhas de quebra.

4 Avaliação do Método

A avaliação do método utiliza uma grade regular correspondente a uma área real. A grade regular, com resolução entre linhas e colunas da grade de 7,5 metros e 251 linhas por 251 colunas, foi obtida a partir de fotografias aéreas. As fotografias foram processadas por meio de um aparelho restituídor WILD A7 com um registrador de coordenadas triaxial acoplado e é utilizada por Leite (1995). A área coberta pelas fotografias aéreas, na escala de 1:25000, são relativas a parte do mapa MI-2803/3 de Luiziana, no estado do Paraná. As coordenadas envolventes da área em coordenadas geográficas são 52° 19' 30,5" oeste, 24° 26' 4,1" sul e 52° 18' 23,1" oeste, 24° 25' 2,4" sul.

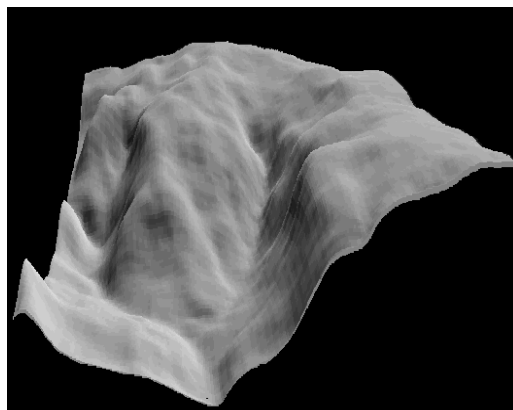


Figura 3 - Projeção em perspectiva da grade correspondente a área de Luiziana.

A grade regular correspondente a esta área é considerada padrão e um subconjunto de 1000 amostras é selecionado aleatoriamente sobre a grade. As amostras são utilizadas para gerar duas grades irregulares triangulares. A primeira grade triangular gerada é obtida

com a triangulação de Delaunay, não considerando as linhas de quebra. A outra grade é obtida pela triangulação Quasi-Delaunay, incorporando as linhas de quebra e as restrições a triangulação impostas por estas linhas. As linhas são introduzidas através da digitalização da drenagem disponível no mapa.

Para a grade com triangulação de Delaunay, uma grade regular é gerada utilizando o ajuste de um plano. Sobre a grade com triangulação Quasi-Delaunay, que considera as restrições das linhas de quebra, uma grade regular é gerada utilizando ajuste de superfície quántica com restrições de continuidade ao longo das linhas de quebra.

Para cada uma das grades regulares obtidas, uma comparação com a grade regular padrão é efetuada. O procedimento de comparação consta da geração de uma nova grade regular com a diferença absoluta em porcentagem entre a grade regular gerada e a padrão e a atribuição de cores a cada fatia de erro. A atribuição de cores permite visualizar as áreas de ocorrência de erros e relacioná-las as linhas de quebra. As fatias de 0% a 0,6%, 0,6% a 1,5%, 1,5% a 2,7%, 2,7% a 4,2% e acima de 4,2% foram utilizadas.

Estas fatias foram determinadas considerando a média entre os erros médios como sendo 0,6%. Por haver interesse maior nas áreas de maior erro, as faixas acima da média foram destacadas.

Para as duas grades geradas os erros percentuais acima de 0,6 ocorrem nas porções com poucas amostras onde, por consequência, os triângulos são maiores. Ao longo da linha de quebra representada pela drenagem ocorrem algumas regiões com erro acima de 0,6%, com destaque para a porção apresentada na Figura 4, utilizando a grade regular gerada utilizando o ajuste de plano a triangulação de Delaunay.

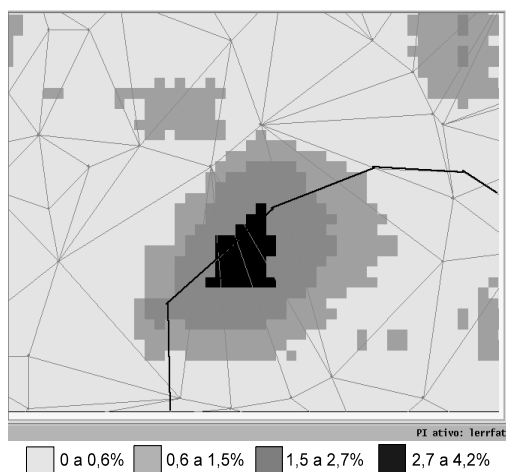


Fig. 4 - Detalhe dos erros percentuais na cada grade linear sem quebra.

A mesma porção é apresentada na Figura 5, com a grade regular gerada utilizando o ajuste da superfície quántica que considera a restrição de continuidade das linhas de quebra incorporadas na triangulação Quasi-Delaunay.

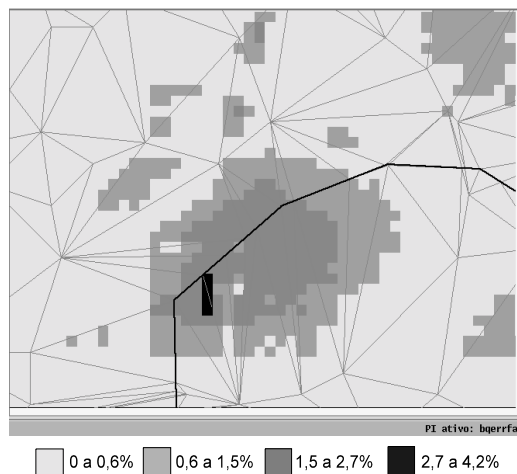


Fig. 5 - Detalhe dos erros percentuais na grade regular quántica com quebra.

A análise visual das grades de diferenças percentuais nesta área permite verificar que a grade que utiliza o ajuste de superfície plana obtém um resultado pior do que a grade com ajuste de superfície quántica.

A Tabela 1 fornece o número de células de cada faixa de valor de erro, nos triângulos da área apresentada em detalhe que tocam a linha de quebra, sobre a qual se pode efetuar uma análise quantitativa.

TABELA 1 - NÚMERO DE CÉLULAS PARA CADA FAIXA DE ERRO.

GRADE REGULAR	FAIXAS DE ERRO			TOTAL ACIMA 0,6%
	0,6 a 1,5%	1,5 a 2,7%	2,7 a 4,2%	
Linear sem Quebra	184	168	37	369
Quántica com Quebra	201	135	4	340

Na análise das duas grades regulares, verifica-se que a grade quántica com quebra tem menor diferença nesta área próxima a linha de quebra do que a grade linear. Deste modo, pode-se confirmar que a introdução da linha de quebra associada ao ajuste de superfície quántica com quebra permite uma melhora no modelo digital de terreno.

5 Conclusões e Recomendações

Através do teste do método apresentado sobre a área real permite as seguintes observações:

1. O ajuste de superfície quíntica ao retalho triangular é melhor do que o ajuste de plano quando a superfície a ser modelada corresponde ao terreno. Pode-se, assim, considerar que o terreno é melhor modelado como uma superfície de continuidade C^1 .
2. A introdução da linha de quebra permite melhorar a qualidade do modelo, mesmo quando se utiliza o ajuste de plano a cada retalho triangular.
3. O ajuste de superfície quíntica com continuidade C^0 ao longo da linha característica obtém bons resultados quando as amostras permitem a estimativa correta das derivadas parciais nos dois lados desta linha.

A partir das observações sobre o teste de validação efetuado, recomenda-se a utilização do método quando:

1. A linha característica representa efetivamente uma quebra na continuidade na superfície.
2. Existem amostras suficientes para permitir a estimativa de derivadas parciais nos dois lados da linha característica.

O método apresentado contribui na implementação de sistemas de modelagem de terrenos por oferecer a possibilidade de utilizar as informações das linhas características. Por meio deste método o usuário pode introduzir as informações das linhas características e, caso necessite utilizá-las, ajustar uma superfície quíntica apropriada aos retalhos da malha triangular.

Este método está disponível no SPRING (INPE, 1995), como parte do sistema de modelagem de terreno.

Referências

- Akima, H. A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting for irregularly distributed data points. **ACM Transactions on Mathematical Software**, 4(2):148-159, 1978.
- De Floriani, L.; Falcidieno, B.; Pievoni, C. Delaunay-based representation of surfaces defined over arbitrarily shaped domain. **Computer Graphics, Vision and Image Processing**, 32:127-140, 1985.
- Falcidieno, B.; Spagnuolo, M. A new method for the characterization of topographic surfaces. **International Journal of Geographical Information Systems**, 5(4):397-412, 1991.
- Foley, J.D.; van Dam, A.; Feiner, S.K.; Hughes, J.F. **Computer graphics: principles and practice**. 2. ed. Reading, MA, USA, Addison-Wesley, 1991. 1175 p.
- INPE. **SPRING - Manual de Operação**. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil, 1995..
- Lee, D.T.; Schachter, B.J. Two algorithms for constructing a delaunay triangulation. **International Journal of Computer and Information Sciences**, 9(3):219-241, 1980.
- Leite, J. C. S. **Uma abordagem para eliminação de pontos em um modelo digital de elevação**. (Dissertação de Mestrado em Sensoriamento Remoto)- Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brasil, 1995. No prelo.
- Maus, A. Delaunay triangulation and convex hull of n points in expected linear time. **BIT**, 24:151-163, 1984.
- Namikawa, L.M. A method for triangular grid surface fitting using breaklines. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, 30(4):362-368, 1994.
- Pettinati, F. **Modelamento digital de terreno e representação gráfica de superfície**. (Dissertação de Mestrado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1983. 177 p.
- Preparata, F.P.; Shamos M.I. **Computational geometry** New York, USA, Springer-Verlag, 1985. 398 p.
- Rosim, S.; Felgueiras, C.A.; Namikawa, L.M. Uma metodologia para geração de MNT por grades triangulares. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 7^o, Curitiba, PR, Brasil, 1993. **Anais**. v.2, p. 420-427.