

Uma comparação entre algoritmos de projeção para restauração de imagens do satélite CBERS-1

João P. Papa¹
Nelson D. A. Mascarenhas¹
Leila M.G. Fonseca²

¹ Universidade Federal de São Carlos - UFSCAR
Caixa Postal 676 - 13565-905 – São Carlos - SP, Brasil
{jpaulo, nelson}@dc.ufscar.br

² Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
Caixa Postal 515 - 12201-970 - São José dos Campos - SP, Brasil
leila@dpi.inpe.br

Abstract. The main goal of this work is to compare two restoration projections algorithms, for the CBERS-1 satellite images, which are based on projections onto convex sets method, POCS: RAP (Row-Action Projections) and SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique). We used a prototype image to calculate the ISNR (improvement signal to noise ratio) and evaluated the restoration algorithms execution. Since we have an inconsistent system of linear equations, due the noise measurements, the method of SIRT obtained the best results.

Palavras-chave: remote sensing, image processing, image restoration, projections onto convex sets, sensoriamento remoto, processamento de imagens, restauração de imagens, projeções em conjuntos convexos.

1. Introdução

As imagens de sensores digitais e fotografias aéreas apresentam a característica de agrupar um elevado número de informações, freqüentemente não disponíveis nos mapas oficiais. Contudo, as informações oriundas do sensoriamento remoto necessitam ser processadas para melhorar a qualidade radiométrica dos dados. As distorções radiométricas são causadas pelo borramento dos detalhes, listras e manchas nas imagens. As degradações na imagem diminuem a precisão, reduzindo assim, a utilidade dos dados.

Dentre as técnicas de correção radiométrica encontra-se a restauração de imagens. Esse método visa a reconstrução ou recuperação da imagem que foi degradada utilizando um conhecimento *a priori* do fenômeno de degradação. A idéia é, através da modelagem da degradação, aplicar o processo inverso para obter uma aproximação da imagem original Gonzalez & Woods (2000). Numerosos métodos de restauração de imagens têm sido desenvolvidos para várias aplicações, dentre eles o filtro inverso, filtro de Wiener, técnicas de regularização e métodos de programação linear Stark (1988).

Outra abordagem que tem sido amplamente referenciada é a que utiliza métodos de projeção Stark & Yang (1998). Dentre eles podemos destacar o método de projeções em conjuntos convexos (POCS), também conhecido como método de projeções convexas, o qual utiliza informações *a priori* das imagens na forma de conjuntos de restrição, afim de tentar solucionar o problema Stark (1988).

2. Restauração de imagens

A utilização de técnicas de correção de imagens constitui uma das mais importantes etapas do processamento digital de imagens. Da mesma maneira que as técnicas de realce

ênfatizam feições na imagem, realçam também as imperfeições da mesma. Sendo assim, torna-se necessário que ruídos e imperfeições sejam retirados ou atenuados antes da aplicaçãõ das técnicas de realce Fonseca (2000).

Em grande parte dos casos, as imperfeições são inerentes e dependentes do sistema sensor que faz a captura da imagem, tais como sensores de satélites e microscópios, fazendo com que algoritmos específicos para remoçãõ de ruídos e devidas correções sejam desenvolvidos.

A restauraçãõ de imagens também pode ser entendida como uma técnica utilizada para corrigir as distorções introduzidas pelos sensores dos sistemas de imageamento. O efeito do sensor sobre a imagem é o de suavizaçãõ (filtro passa-baixas) dos detalhes. A correçãõ da imagem é baseada nas características do sensor. Portanto, para cada satélite, sensor e banda espectral, existe um filtro adequado.

2.1 Modelo de degradaçãõ

O processo de degradaçãõ é modelado como um operador ou sistema físico H , que juntamente com um termo de ruído aditivo $n(x,y)$ opera sobre uma imagem de entrada $f(x,y)$ para produzir uma imagem degradada $g(x,y)$ Gonzalez & Woods (2000), como pode ser visto na **Figura 1**.

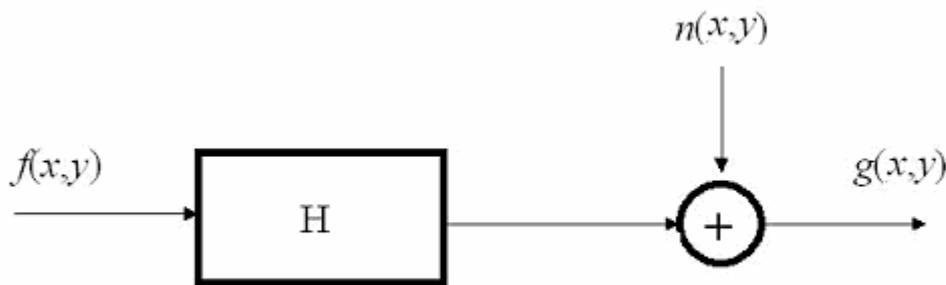


Figura 1 – Modelo do processo de degradaçãõ da imagem.

A restauraçãõ de imagens digitais pode ser vista como o processo de obtençãõ de uma aproximaçãõ de $f(x,y)$, dada $g(x,y)$ e um conhecimento sobre a degradaçãõ na forma do operador H . Existem vários tipos de degradaçãõ, sendo que podem ser destacados o borramento e o ruído. A **Figura 1** também pode ser expressa como

$$g(x, y) = H[f(x, y)] + n(x, y). \quad (1)$$

Usando-se a notaçãõ matricial, a Equaçãõ (1) pode ser expressa na forma

$$g = Hf + n, \quad (2)$$

onde f , g e n são vetores coluna de dimensãõ $MN \times 1$ e H é a matriz bloco-circulante de dimensãõ $MN \times MN$, sendo que M e N são as dimensões da imagem a ser restaurada.

3. Algoritmos de projeçãõ – POCS (Projections onto Convex Sets)

Vários problemas podem ser descritos na forma de restrições em conjuntos convexos. A soluçãõ para tais problemas deve, necessariamente, satisfazer todas as restrições impostas. Entretanto, a busca pela soluçãõ desejada consiste em encontrar um vetor que pertence à intersecçãõ de todos os conjuntos de restriçãõ.

Se supusermos que existem n conjuntos de restrição, representados por C_i ($i = 1, 2, \dots, n$), a solução para o problema está na intersecção dos conjuntos, representado pela Equação (3):

$$C_0 = \bigcap_{i=1}^n C_i . \quad (3)$$

Se adotarmos a hipótese de que existem n conjuntos de restrição, representados por C_i ($i = 1, 2, \dots, n$), a solução para o problema está na intersecção dos conjuntos, representado pela Equação (3).

3.1 Algoritmos de POCS

Se os conjuntos C_i ($i = 1, 2, \dots, n$) são fechados e convexos e a sua intersecção, C_0 , é não-vazia, as sucessivas projeções nos conjuntos irão convergir a um vetor que pertence à intersecção. A Equação 4 representa um algoritmo de POCS sequencial, sendo que x_0 representa a estimativa inicial:

$$x_{k+1} = P_{C_N} \dots P_{C_2} P_{C_1} x_k \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

O algoritmo de POCS também pode ser implementado em sua forma paralela. Neste método, o vetor é projetado simultaneamente, sendo assumido um peso a cada projeção. A Equação (5) descreve o algoritmo de POCS paralelo.

$$x_{k+1} = x_k + \sum_{i=1}^n w_i (P_{C_i} - x_k) \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (6)$$

3.2 Conjuntos de Restrição Convexos

3.2.1 Row-Action Projection -RAP

O modelo linear para restauração de imagens pode ser descrito pela Equação (2) porém, o mesmo, sem a estimativa do ruído, pode ser representado pela Equação (7):

$$g = Hf . \quad (7)$$

A Equação (7) descreve um sistema linear, onde cada linha de g denota uma equação que pode ser representada por um hiperplano, o qual é um conjunto convexo, e sua solução pode ser encontrada pelo método de POCS.

Se a intersecção entre esses conjuntos é não-vazia, o objetivo é encontrar esse conjunto de intersecção, o que pode ser resolvido através do método de projeções em conjuntos convexos. O uso de POCS para solução de sistemas lineares através de projeções ortogonais iterativas entre os hiperplanos descritos por cada equação é também chamado de algoritmo de Row-Action Projections, RAP, o qual foi inicialmente desenvolvido por Kaczmarz e Mammone (1992).

Segundo Kuo & Mammone (1992) o algoritmo de POCS é uma generalização do RAP, no qual os hiperplanos são substituídos por outros conjuntos convexos. O método converge na intersecção dos hiperplanos, sendo a equação de RAP dada por

$$f^{(k+1)} = f^{(k)} + \lambda \frac{g_i - h_i^T f^{(k)}}{\|h_i\|^2} h_i, \quad (8)$$

onde λ é o parâmetro de relaxação, g_i é o i -ésimo elemento do vetor g , h_i^T é a i -ésima linha da matriz H e $f^{(k+1)}$ é a projeção de $f^{(k)}$ no hiperplano correspondente.

Pela definição, a projeção $P_i x$ de um vetor x no conjunto C_i é o ponto em que C_i é o mais próximo de x Stark & Yang (1998). Dessa forma, o projetor $P_i x$ para um conjunto de restrição do tipo sistema linear, baseado na Equação (8), é dado por

$$P_i x = P_{C_R} = x + \lambda \frac{g_i - \langle h_i, x \rangle}{\|h_i\|^2} h_i. \quad (9)$$

Tendo o operador de projeção, para obter a solução do sistema de equações lineares basta escolher um x inicial e utilizar a Equação (4) iterativamente, até que se verifique a convergência. O sucesso da implementação do método de RAP depende da condição inicial utilizada, do número de iterações e do valor de λ

3.2.2 Conjunto de Restrição de Amplitude Limitada

Além dos conjuntos de restrição expressos pela Equação (7) é possível também considerar algum conhecimento *a priori* da imagem a ser restaurada.

Este conjunto descreve o limite superior e inferior para os valores dos pixels da imagem a ser restaurada. A Equação (10) descreve este conjunto, onde α é o limite inferior, β é o limite superior e Ω é a região onde se encontra a imagem.

$$C_{AL} = \{h : h \in H \text{ e } \alpha \leq h(i) \leq \beta \text{ para } \forall i \in \Omega\}, \quad (10)$$

onde H é o espaço de Hilbert. A regra de projeção no conjunto C_{AL} é descrita pela Equação (11).

$$P_{C_{AL}} x(i) = \begin{cases} \alpha, & \text{se } x(i) < \alpha \\ x(i), & \text{se } \alpha \leq x(i) \leq \beta \\ \beta, & \text{se } x(i) > \beta \end{cases} \quad (11)$$

3.2.3 Simultaneous Iterative Reconstructive Technique (SIRT)

O algoritmo de SIRT (*Simultaneous Iterative Reconstructive Technique*) é a implementação paralela do algoritmo RAP. Neste, caso a projeção é feita em todos os conjuntos ao mesmo tempo sendo que, como cada conjunto possui o mesmo peso, a equação (5) pode ser modificada, de tal modo a obter-se a Equação (12), a qual representa a implementação deste algoritmo, sendo que os conjuntos e os projetores foram os mesmos utilizados no algoritmo RAP, sendo apenas o projetor, para o caso do SIRT, denominado P_{C_S} .

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i x_k - x_k) \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

Neste caso, n representa o número de hiperplanos ou conjuntos de restrição descritos pela Equação (7).

4. Resultados

Foram comparados dois algoritmos de restauração de imagens utilizando projeções em conjuntos convexos: RAP e SIRT. Como ambos os métodos não levam em consideração o ruído inerente às imagens do satélite CBERS-1, optamos por utilizar mais um conjunto de restrição, o de amplitude limitada, descrito pela Equação (10), com valores para $\alpha = 0$ e $\beta = 255$, a fim de contornar o efeito do mal condicionamento, visto que, tanto o algoritmo de RAP bem como o SIRT, tendem a ter o seu resultado aproximado ao do filtro pseudo-inverso Mammone (1992), ou seja,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f^{(K)} = H^\dagger g. \quad (13)$$

Dessa forma, os algoritmos utilizados para os métodos de RAP e SIRT são, respectivamente, descritos pelas Equações (14) e (15), tais que

$$x_{k+1} = P_{C_{AL}} P_{C_R} x_k \quad (14)$$

$$x_{k+1} = P_{C_{AL}} P_{C_S} x_k, \quad (15)$$

onde $P_{C_{AL}}$ representa a projeção no conjunto de restrição de amplitude limitada, P_{C_R} e P_{C_S} as projeções nos conjuntos de restrição dados pelos algoritmos de RAP e SIRT. Em ambos os métodos os vetores foram projetados nos hiperplanos descritos pela Equação (7). Para o algoritmo de RAP o valor do parâmetro de relaxação que obteve convergência mais rapidamente, segundo testes previamente estabelecidos, foi $\lambda = 0.13$. Para o algoritmo de SIRT foi utilizado $\lambda = 256$.

Embora a convergência dos métodos citados acima seja garantida, desde que a intersecção de todos os conjuntos de restrição seja não vazia, na prática optamos por utilizar um critério de parada. Desta forma, o critério adotado consiste em, dado um $\varepsilon > 0$, interromper o processo iterativo caso a Equação (16) abaixo for satisfeita Katsaggelos (1991),

$$\frac{\left\| \hat{f}^{(n)} - \hat{f}^{(n-1)} \right\|}{\left\| \hat{f}^{(n)} \right\|} \leq \varepsilon, \quad (16)$$

onde $\hat{f}^{(n)}$ corresponde a uma estimativa na imagem do n -ésimo passo. A **Tabela 1** apresenta os valores de ε utilizados para ambos os algoritmos.

Algoritmo	Valor de ε
RAP	0.001
SIRT	0.0000001

Tabela 1 – Valores de ε utilizados para ambos os algoritmos.

Os resultados dos algoritmos de projeção foram avaliados através do ISNR (*improvement signal to noise ratio*), dado pela seguinte fórmula:

$$ISNR = 10 \log_{10} \left\{ \frac{\sum_{i,j} [g(i,j) - f(i,g)]^2}{\sum_{i,j} [\hat{f}(i,j) - f(i,g)]^2} \right\}, \quad (?)$$

onde $g(i,j)$, $f(i,j)$ e $\hat{f}(i,j)$ representam, respectivamente, as imagens degradada, original e restaurada. Para obtenção de tal medida foi utilizada uma imagem protótipo, a qual corresponde ao olho esquerdo da Lena. A mesma imagem foi degradada pela função de borramento correspondente à banda 2 do sensor CCD do satélite CBERS-1, e adicionado ruído. Ambas são representadas pela **Figura 2**.



Figura 2 – (a) Imagem protótipo original utilizada. (b) Imagem protótipo degradada.

4.1 Restauração

A **Figura 3** mostra as imagens protótipos restauradas pelos métodos de RAP e SIRT.

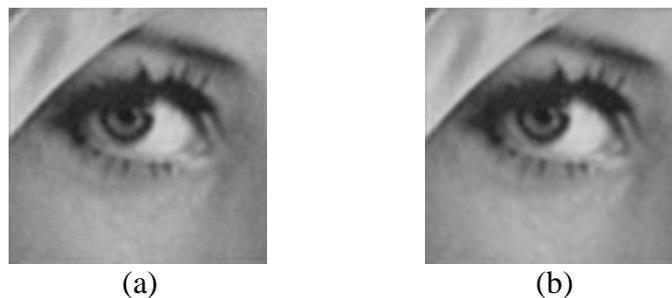


Figura 3 – (a) Imagem protótipo restaurada pelo método de RAP. (b) Imagem protótipo restaurada pelo método de SIRT.

Como já foi mencionado anteriormente, os resultados dos algoritmos de projeção foram avaliados através do ISNR, os quais estão demonstrados pela tabela abaixo:

Algoritmo	ISNR
RAP	1.0251
SIRT	4.2673

Tabela 2 – Valores do ISNR obtidos após aplicação dos algoritmos de restauração.

Os algoritmos em questão foram aplicados em uma imagem da banda 2 obtida pelo sensor CCD do satélite CBERS-1, sobre a região da cidade de São Paulo-SP, a qual é representada pela **Figura 4**.



Figura 4 – Imagem da banda 2 obtida pelo sensor CCD do satélite CBERS-1.

Aplicando ambos os algoritmos na imagem acima, obtivemos bons resultados, que podem ser comprovados tanto visualmente quanto pelos respectivos perfis radiométricos. As imagens restauradas são representadas pela **Figura 5**. Os respectivos perfis radiométricos podem ser visualizados através da **Figura 6**.



(a)



(b)

Figura 5 – (a) Imagem restaurada pelo método de RAP. (b) Imagem restaurada pelo método de SIRT.

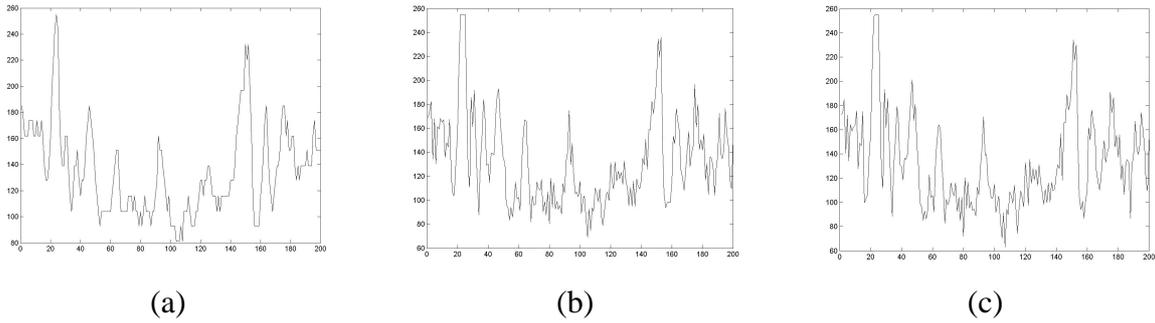


Figura 6 – (a) Perfil radiométrico da imagem original (degradada). (b) Perfil radiométrico da imagem restaurada pelo método de RAP. (c) Perfil radiométrico da imagem restaurada pelo método de SIRT.

5. Conclusão

Analisando os valores obtidos pelo ISNR, bem como comparando as imagens restauradas pelos métodos de RAP e SIRT e seus respectivos perfis radiométricos, nota-se um melhor desempenho do algoritmo de SIRT, o que já era esperado. Em sistemas lineares inconsistentes, ou seja, na presença de ruído, o algoritmo de RAP oscila através dos conjuntos de restrição, ao passo que o método de SIRT procura a solução através da média das projeções simultâneas, assegurando um melhor resultado.

6. Agradecimento

Os autores gostariam de agradecer à CAPES pelo suporte financeiro.

Referências

- Fonseca, L.M.G. **Apostila de Processamento Digital de Imagens**. CAP-224. São José dos Campos: INPE, 2000.
- Gonzalez, R. C. & Woods, R. E. **Processamento Digital de Imagens**. São Paulo: Edgard Blücher, 2000. 510p.
- Katsaggelos, A. K. **Digital Image Restoration**. Springer Series in Information Sciences, Vol. 23. Springer-verlag: Berlim, 1991.
- Kuo, S. S. & Mammone, R. J. **Image restoration by convex projections using adaptative constraints and the L1 norm**. IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 40, pp. 159-168, 1992.
- Mammone, R.J. **Computation Methods of Signal Recovery and Recognition**. John & Sons, 1992. 416p.
- Stark, H. **Theory of convex projections and its application to image restoration**. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Vol. 1, pp. 963-964, 1988.
- Stark, H. & Yang, Y. **Vector Space Projections**. Wiley, 1998. 408p.