

Aplicação de método baseado em fractais para detecção de correlações entre imagens AVHRR-NOAA e dados agroclimáticos em regiões produtoras de cana-de-açúcar

Luciana Alvim Santos Romani,^{1,2} Elaine Parros Machado de Sousa,¹
Caetano Traina Jr.,¹ Jurandir Zullo Jr.,³ Agma Juci Machado Traina¹

¹ Universidade de São Paulo – USP
Caixa Postal 668 – 13560-970 – São Carlos – SP, Brasil
{alvim, parros, caetano, agma}@icmc.usp.br

² Embrapa Informática Agropecuária Campinas – SP, Brasil

³ Centro de Pesquisas Meteorológicas e Climáticas Aplicadas à Agricultura – Cepagri
13083-970 – Campinas - SP, Brasil
jurandir@cpa.unicamp.br

Abstract. In recent years, a huge amounts of climate data and remote sensing imagery have been stored in several research institutions and universities. Properly analyzed, these databases could reveal useful information, helping researchers to monitor and estimate the production of the agricultural crops. Recently, the information and knowledge discovered by using remote sensing images have also being used for researching on climatic changes and to increase the sustainable use of the soil, helping to make farms more productive. Accordingly, the goal of this work is to analyze the correlation of the NDVI time series obtained from the AVHRR-NOAA considering agroclimate data, using a method based on fractal theory to find correlations among attributes. The methodology was applied to regions of sugar-cane crops in the São Paulo State, Brazil. São Paulo is the main producer of ethanol in Brazil, and has a strategic importance for the country economy and to guarantee the Brazilian self-sufficiency in this important, renewable source of energy. The results show that there are correlations between NDVI and agroclimate data and how relevante NDVI information is for the dataset. This method of correlation detection can also be used to attribute selection in other studies involving remote sensing data.

Keywords: remote sensing, image processing, correlation ..

1. Introdução

Segundo dados oficiais do Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA), o agronegócio brasileiro foi responsável por 23,3% do PIB nacional e 36,4% das exportações em 2007. A cana-de-açúcar se destaca entre as várias culturas produzidas no Brasil, elevando o país ao primeiro lugar na lista de produtores mundiais de cana-de-açúcar. A cana-de-açúcar tem função estratégica na economia do país, uma vez que a produção de álcool constitui-se atualmente na principal fonte de substituição dos combustíveis fósseis.

Nesse sentido, é importante a proposição de soluções inovadoras e tecnologicamente viáveis para auxiliar a geração de modelos mais eficientes e adequados ao monitoramento e previsão de safras nacionais. Além das informações agrometeorológicas, os pesquisadores também dispõem de vários satélites de baixa, média e alta resolução, com informações relevantes para a proposição desses modelos importantes para o agronegócio.

Dentre os satélites de baixa resolução que podem ser utilizados citam-se os da série NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*). Apesar de criados para fins meteorológicos, os satélites NOAA têm se mostrado adequados para o monitoramento da vegetação em escalas global e regional. Seu potencial de utilização se deve à existência de longas séries temporais, cobertura global e gratuidade das imagens, fatores que aumentam a disponibilidade de imagens que cubram todo o ciclo de desenvolvimento das culturas.

Um dos sensores dos satélites NOAA é o AVHRR (*Advanced Very High Resolution Radiometer*), cujas características permitem que as imagens geradas sejam utilizadas para estudos terrestres. Com um canal na banda correspondente ao vermelho e outro no infravermelho próximo, é possível utilizar as imagens em estudos de cobertura vegetal. Um dos produtos do sensor AVHRR que tem sido amplamente utilizado é o índice de vegetação de diferença normalizada (*Normalized Difference Vegetation Index* - NDVI) proposto por Rouse et al. (1973). O NDVI tem sido utilizado no monitoramento de vegetações naturais e áreas agrícolas por apresentar correlação com a biomassa (ANYAMBA; TUCKER, 2005) e o índice de área foliar (WANG et al., 2005). Além do NDVI, outros índices e dados podem ser obtidos por meio da operação entre bandas do AVHRR/NOAA, como por exemplo a temperatura de superfície, que tem sido usada em trabalhos destinados ao monitoramento de geadas em cafeeiros (CARAMORI et al., 2007).

A literatura apresenta trabalhos que buscam analisar a relação entre índices obtidos de imagens de sensores remotos e variáveis climáticas, como temperatura e precipitação. Segundo Wang, Price e Rich (2003), Fontana, Potgieter e Apan (2005) e Lucas e Schuler (2007), o NDVI está correlacionado com a precipitação. No entanto, essas pesquisas restringem-se à comparação entre duas variáveis devido às características dos vários métodos de correlação existentes e mais utilizados, como os de Pearson (PEARSON, 1896) e Spearman (HUBERT; SCHULTZ, 1976).

No entanto, a detecção de correlações entre mais que duas variáveis pode contribuir para melhorar a compreensão dos fenômenos naturais. Além disso, pode auxiliar para a elaboração de modelos que envolvam muitas variáveis, como por exemplo, a associação de dados de imagens de satélite, estações meteorológicas e radares, dentre outros.

Além disso, com o aprimoramento da tecnologia de obtenção e armazenamento de dados, bem como com o aperfeiçoamento dos satélites, a quantidade de variáveis coletadas e geradas tem aumentado muito. Esse volume de informação dificulta a análise dos dados, além de aumentar a complexidade dos modelos. Uma vez que a presença de correlações pode conduzir a um método para estimar uma variável a partir da outras, é importante identificar não só as variáveis correlacionadas, mas também quais delas são mais relevantes e representam mais efetivamente as correlações existentes nos conjuntos de dados.

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é identificar as correlações existentes entre variáveis obtidas a partir das imagens do sensor AVHRR/NOAA, como o NDVI, e variáveis agrometeorológicas. O trabalho apresenta a aplicação de um método baseado na teoria dos fractais para detecção de variáveis correlacionadas e identificação do conjunto de variáveis mais representativas para caracterizar o conjunto de dados. Uma série temporal de imagens AVHRR/NOAA foi fonte de dados para a avaliação do método de correlação fractal para a cultura de cana-de-açúcar nas principais áreas produtoras do estado de São Paulo, como será descrito na próxima seção.

2. Metodologia de Trabalho

A área de estudo engloba os municípios da região nordeste do estado de São Paulo, que está situado entre as coordenadas geográficas 54°00' e 43°30' de longitude oeste e 25°30' e 19°30' de latitude sul. Essa é a principal região produtora de cana-de-açúcar do estado, e nela foram selecionados os dez municípios maiores produtores (ver Figura 1), no período de 2001 a 2008, pertencentes à cena Landsat órbita/ponto 220/75.

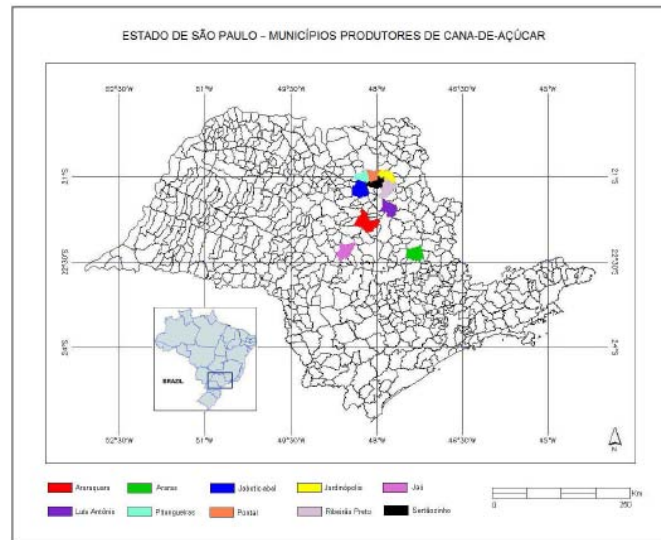


Figura 1: Municípios produtores de cana-de-açúcar analisados [adaptado (GONÇALVES, 2008)]

Na Figura 2 são apresentadas as etapas realizadas durante o trabalho, desde a aquisição das imagens e dados meteorológicos até a aplicação do método de identificação de correlações. O banco de imagens do satélite AVHRR/NOAA, utilizado no trabalho, é organizado pelo Centro de Pesquisas Meteorológicas e Climáticas Aplicadas à Agricultura, da Universidade Estadual de Campinas (Cepagri/Unicamp). Esse acervo digital possui dados desde abril de 1995, com mais de 35.000 imagens e, aproximadamente, 5 TB de dados. O Cepagri recebe imagens AVHRR/NOAA diariamente por uma antena de recepção localizada em seu prédio, nas coordenadas $22^{\circ}49'03''S$ e $47^{\circ}03'44''W$.

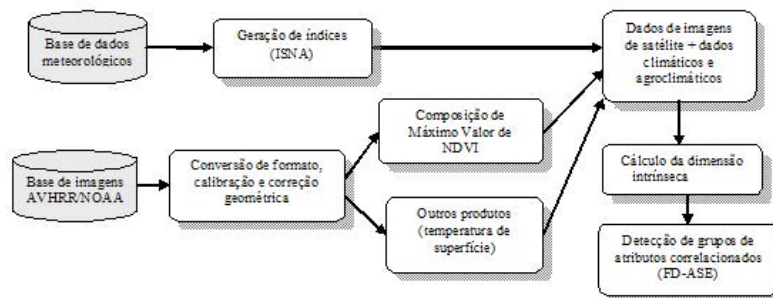


Figura 2: Diagrama com as etapas da metodologia utilizada

O modo de transmissão das imagens é o *High Resolution Picture Transmission* (HRPT), que precisa ser convertido por não ser compatível com a maioria dos softwares de processamento de imagens. Desse modo, as imagens recebidas passam por um processamento que compreende: a conversão do formato bruto, a correção radiométrica para remover os efeitos de iluminação da cena, condições atmosféricas, geometria de visada e características de resposta dos sensores, a calibração radiométrica para transformar os valores digitais em radiação, o georreferenciamento para registro das imagens num sistema de coordenadas conhecido, e o mascaramento de pixels contaminados por nuvens.

Para georreferenciar as imagens AVHRR-NOAA utilizadas nos experimentos apresentados no trabalho foi utilizado o sistema NAVPRO desenvolvido por Esquerdo et al. (2006). Esse sistema consiste de um procedimento automático em *script c-shell* composto por um

conjunto de comandos que acionam os módulos para conversão do formato bruto, calibração radiométrica, georreferenciamento preciso e geração de produtos. O NAVPRO automatizou o software NAV (NAVigation) utilizado para processamento das imagens brutas desenvolvido pelo *Colorado Center for Astrodynamics Research (CCAR), Aerospace Engineering Sciences*, da Universidade do Colorado, Boulder, EUA.

O cálculo do NDVI foi feito a partir de imagens diárias do AVHRR/NOAA já pré-processadas, isto é, imagens com a calibração radiométrica, georreferenciamento preciso e recorte do estado de São Paulo. Nesse processo, foram excluídos os pixels com ângulo zenital solar maior que 70° e ângulos de varredura maiores que 42°. Em seguida, foram geradas Composições de Valor Máximo (MVC) de NDVI por meio de rotinas elaboradas por Esquerdo et al. (2006) para amenizar o efeito da atmosfera nas imagens. Os valores de NDVI para cada um dos dez municípios selecionados foram extraídos apenas para áreas com cultivo de cana-de-açúcar, excluindo-se as áreas urbanas (ESQUERDO; ZULLO, 2006).

Os dados meteorológicos são provenientes de estações de superfície localizadas nos municípios. Essas estações são de responsabilidade do Centro Integrado de Informações Agrometeorológicas (CIIAGRO) do Instituto Agrônomo de Campinas (IAC). Os dados referem-se a medidas de precipitação, temperaturas máxima e mínima. Por meio do balanço hídrico também foram gerados valores de ISNA (Índice da Satisfação de Necessidades de Água).

Para cada um dos dez municípios selecionados foram formados conjuntos de dados contendo variáveis extraídas das imagens do sensor AVHRR e variáveis agrometeorológicas. Inicialmente, foram gerados os valores de correlação de Pearson para detectar correlações lineares. Os valores encontrados foram comparados com os resultados obtidos por meio do método de detecção de correlações baseado na teoria dos fractais.

Segundo Mandelbrot (1983), um fractal é uma estrutura na qual partes da mesma se assemelham ao todo, isto é, existem partes estatisticamente auto-similares, dentro da estrutura global. A auto-similaridade estatística é uma característica presente em grande parte dos conjuntos de dados reais. A dimensão fractal tem sido aplicada em estudos que envolvem dados de sensoriamento remoto, como por exemplo para a determinação de bandas espectrais ruidosas (QIU et al., 1999), na classificação de imagens (CHEN; YEN; TSAY, 1997), e na determinação de contornos de fragmentos florestais.

Portanto, a dimensão fractal pode ser usada para estimar a dimensão intrínseca, que corresponde à quantidade de informação que representa o conjunto de dados. A dimensão intrínseca indica a existência de correlações, lineares ou não, entre as variáveis. O número de variáveis em um conjunto de dados determina sua dimensão *embedded E*, mas se há variáveis correlacionadas, sua dimensão intrínseca *D* é menor do que *E*, ou seja, $D < E$. Com isso, a dimensão intrínseca *D*, mais especificamente $[D]$, indica o número mínimo de variáveis necessárias para representar o conjunto de dados. O conceito de dimensão intrínseca pode ser usado também para descobrir quantas e quais são as variáveis que podem ser empregadas para reduzir a dimensionalidade do conjunto de dados. Com esse propósito, Sousa et al. (2007) propuseram o algoritmo FD-ASE (*Fractal Dimension Attribute Significance Estimator*) para identificar tipos diferentes de correlações. Inicialmente, o FD-ASE calcula a dimensão intrínseca do conjunto de dados por meio do algoritmo LiBOC - *Linear Box Occupancy Counter* (TRAINA et al., 2000) que é baseado no método *BoxCounting* (SCHROEDER, 1991), calculando a Equação (1).

$$D \equiv \frac{\partial \log(\sum_i C_{r,i}^2)}{\partial \log(r)} \quad r \in [r_1, r_2] \quad (1)$$

onde r é o lado das células em um hiper-cubo que divide o espaço de endereçamento do conjunto de dados e $C_{r,i}$ é a contagem de pontos na i -ésima célula.

Em seguida, o FD-ASE mede os valores parciais da dimensão intrínseca considerando seqüências incrementais de variáveis. Por exemplo, calcula-se D considerando apenas a 1ª variável, depois considerando a 1ª e a 2ª, e assim sucessivamente. O algoritmo utiliza a variação nas medidas parciais de D como critério para identificar grupos de variáveis correlacionadas e para selecionar um subgrupo relevante de variáveis para representar as características essenciais do dado.

Correlação significa que o valor de uma variável pode ser deduzido a partir de outra. Sousa et al. (2007) definem os termos "correlação forte" e "correlação fraca". A primeira implica que os valores de uma variável podem ser deduzidos de um subconjunto de outras variáveis, como numa correlação linear. A segunda indica que uma variável pode ser aproximada por outras variáveis, como em correlações não-polinomiais. O método prevê o uso de um limiar ξ que varia de 0 (correlação completa) até 1, liberdade total entre as variáveis. O algoritmo encontra grupos de correlação definidos como G_p e uma base do grupo p dada por B_p . A base contém as variáveis mais relevantes no grupo de correlação correspondente. O FD-ASE gera ainda um conjunto denominado base de correlação CB com as variáveis mais significativas para o conjunto de dados analisado, incluindo as variáveis de todas as bases e as variáveis que não estão correlacionadas com nenhuma outra, ou seja, que não aparecem nos G_p .

A fim de comparar os resultados obtidos com o método FD-ASE, os mesmos arquivos de dados foram submetidos ao método de identificação de correlação de Pearson. Os resultados finais são apresentados na seção 3.

3. Resultados e Discussões

O processamento das imagens AVHRR/NOAA para sete anos-safra (abril de 2001 a março de 2008) gerou, aproximadamente, 1031 imagens corrigidas radiometricamente, geometricamente precisas e com mascaramento de nuvens. Essas imagens foram utilizadas para gerar as imagens mensais de composição de máximo valor (MVC), já que em alguns meses do ano, como janeiro e fevereiro, poucas imagens puderam ser aproveitadas devido à maior cobertura de nuvens nesses períodos.

A partir das imagens MVC de NDVI foram extraídos os perfis temporais de NDVI para os dez municípios em todos os anos-safra. Foram então gerados 10 conjuntos com cinco variáveis contendo dados agrometeorológicos e o NDVI para as regiões produtoras de cana-de-açúcar em São Paulo. A composição dos arquivos de dados é apresentada na Tabela 1.

Tabela 1: Variáveis dos conjuntos de dados representativos dos dez municípios

Variável	Significado
a_1	Precipitação
a_2	Temperatura Máxima
a_3	Temperatura Mínima
a_4	NDVI
a_5	ISNA

Com o objetivo de analisar a relação do NDVI com as demais variáveis mereológicas e agrometeorológicas foi utilizado, inicialmente, a correlação de Pearson. Os resultados gerados por esse método não indicaram correlação linear entre o NDVI e as variáveis agrometeorológicas. Os valores encontrados para r são baixos, sendo consideradas correlações

moderadas ou fracas. A Tabela 2 apresenta apenas as correlações fortes, com valores superiores a 0,3, pois as demais relações são insignificantes.

Tabela 2: Análise usando a correlação de Pearson

Município	$\{a_1, a_3\}$	$\{a_1, a_5\}$	$\{a_2, a_3\}$	$\{a_3, a_5\}$	$\{a_4, a_5\}$
Araraquara	0,65	0,65	0,78	0,67	0,51
Araras	0,71	0,69	0,76	0,55	0,48
Jaboticabal	0,65	0,64	0,73	0,53	0,57
Jardinópolis	0,67	0,68	0,69	0,62	0,45
Jaú	0,62	0,68	0,78	0,58	0,43
Luís Antônio	0,65	0,65	0,78	0,54	0,50
Pitangueiras	0,68	0,70	0,59	0,54	0,50
Pontal	0,65	0,64	0,73	0,53	0,54
Ribeirão Preto	0,63	0,64	0,67	0,53	0,42
Sertãozinho	0,67	0,68	0,69	0,62	0,37

De forma geral, os resultados para todos os municípios são similares e apenas a relação entre temperatura máxima e mínima ($\{a_2, a_3\}$) pode ser considerada como uma correlação mais forte. De acordo com especialistas na área de Sensoriamento Remoto, esperava-se detectar correlações entre a precipitação e o NDVI, o que não foi encontrado pelo método. Na Tabela 2, as correlações encontradas para NDVI e ISNA ($\{a_4, a_5\}$) são os mais baixos, destacados em negrito. Outro fator relativo à correlação de Pearson é que esse método é restrito ao cálculo das correlações lineares entre duas variáveis, não sendo possível analisar a relação entre várias variáveis e o NDVI.

Foi aplicado, então, o método baseado na teoria dos fractais (FD-ASE) com o objetivo de detectar correlação entre o NDVI e as demais variáveis usadas para representar as condições climáticas de cada região produtora de cana-de-açúcar.

O FD-ASE calcula, inicialmente, o valor da dimensão intrínseca do conjunto de dados. O cálculo da dimensão intrínseca (aproximada pela dimensão fractal) apresentou $[D] = 3$ ou $[D] = 4$, dependendo do conjunto. Esse valor é inferior ao valor da dimensão *embedded* do conjunto ($E = 5$) correspondendo às cinco variáveis descritas na Tabela 1. Isto significa que há de 3 a 4 variáveis relevantes nos conjuntos de dados que representam os 10 municípios estudados, indicando que ao menos uma das variáveis está correlacionada com as demais. Na execução do FD-ASE foram usados valores de limiar entre 0,4 e 0,7, indicando interesse em diferentes tipos de correlação. A Tabela 3 mostra parte dos resultados para os dez municípios estudados com limiar igual ou superior a 0,5, para os quais foi possível identificar um grupo de correlação.

Os grupos de variáveis correlacionadas encontrados não são iguais para todos os municípios, o que possibilita uma melhor análise do que ocorre em cada área e da relação das variáveis climáticas com o NDVI para cada região.

Por meio do método de correlação baseado na teoria dos fractais, detectou-se a existência de correlação entre o NDVI com a precipitação, o que não foi possível obter com a correlação de Pearson. Isto significa que existe uma correlação entre as duas variáveis mas essa correlação não é linear, o que reforça a razão para uso de mais de um método para análise dos dados. Além disso, verificou-se que existe correlação entre o ISNA e o NDVI. Essa correlação já era esperada, de acordo com indícios dos especialistas; no entanto, o método de correlação linear mostra valores fracos para essa relação. Mais uma vez, salienta-se que isso ocorre devido à

Tabela 3: Resultado da execução do FD-ASE

Município	$\xi \geq 0.5$
Araraquara	$CB = \{a_4, a_2, a_1, a_5\}$
Araras	$CB = \{a_4, a_2, a_5\}$
Jaboticabal	$CB = \{a_2, a_4\}$
Jardinópolis	$CB = \{a_2, a_4, a_1\}$
Jaú	$CB = \{a_2, a_4\}$
Luís Antônio	$CB = \{a_4, a_2, a_1, a_5\}$
Pitangueiras	$CB = \{a_2, a_4, a_1\}$
Pontal	$CB = \{a_2, a_1\}$
Ribeirão Preto	$CB = \{a_4, a_5, a_3\}$
Sertãozinho	$CB = \{a_2, a_4, a_5\}$

não-linearidade desta correlação. Também foram identificadas correlações entre duas ou mais variáveis e o NDVI, como por exemplo precipitação, temperatura mínima e NDVI; temperatura máxima, ISNA e NDVI, ou ainda precipitação, temperatura máxima e NDVI.

A execução do FD-ASE também fornece um grupo de variáveis (CB) que representam a essência da informação do conjunto de dados. Todos os municípios, exceto Pontal, mantêm o valor de NDVI como variável importante para o conjunto de dados. O município de Pontal é o que tem menor área plantada de cana-de-açúcar, dos dez municípios analisados. Esse fator pode ser a causa da não seleção do NDVI para o grupo CB. Considerando o conjunto de todas as cidades analisadas, percebe-se que o NDVI e a Temperatura Máxima são as duas principais variáveis (fazem parte de quase todas as bases de correlação CB), para estimar as demais variáveis. Confirma-se, então, a relevância do uso de dados provenientes do sensoriamento remoto. Adicionalmente, a seleção de variáveis feita pelo FD-ASE pode ser uma forma interessante de diminuir a complexidade das análises eliminando variáveis que estejam correlacionadas, além de auxiliar na elaboração de modelos. Diferentemente, a correlação de Pearson não seleciona variáveis, apenas define as correlações entre elas.

4. Conclusões

A proposta de uso de um método baseado em fractais para analisar a relação entre o NDVI, obtido por meio da série temporal de imagens AVHRR/NOAA, e dados meteorológicos/agrometeorológicos apresentou resultados interessantes. Com os métodos tradicionais de correlação, como o de Pearson, só é possível analisar correlações entre pares de variáveis. Esse método indica apenas as correlações lineares, sendo necessário recorrer a outros modelos no caso de variáveis com correlações não lineares.

O método baseado na teoria dos fractais indica tanto correlações lineares (limiar próximo de 0) quanto correlações não-lineares (limiar próximo a 1). Também gera conjuntos de variáveis correlacionadas que incluem mais do que duas variáveis. Com isso, foi possível observar que o NDVI está relacionado com mais do que uma variável concomitantemente, como é o caso da correlação entre o NDVI, a precipitação e a temperatura mínima.

Com os resultados apresentados pelo algoritmo FD-ASE, verificou-se que existe similaridade entre os conjuntos de dados para cada região. No entanto, os resultados permitem perceber as particularidades de cada conjunto que representam as condições climáticas e da cultura da cana-de-açúcar em cada região estudada.

A base de correlação (CB) gerada pelo FD-ASE para cada região mostra que o índice de

vegetação (NDVI) é muito relevante para o conjunto de dados e não deve ser descartado. Além disso, a seleção de variáveis feita pelo FD-ASE pode ser útil na análise de dados em trabalhos cujo número de variáveis seja muito grande, como é o caso de estudos que envolvem imagens de satélite com muitas bandas e índices diferentes. A correlação existente entre as variáveis pode prejudicar a análise e a seleção das mais significativas, podendo facilitar e melhorar o trabalho do especialista.

Agradecimentos

A FAPESP, CNPq e Embrapa pelo apoio financeiro, ao CIIAGRO/IAC pelos dados meteorológicos e ao Cepagri/Unicamp pelo banco de imagens AVHRR-NOAA.

Referências

- ANYAMBA, A.; TUCKER, C. J. Analysis of sahelian vegetation dynamics using noaa-avhrr ndvi data from 1981-2003. *Journal of Arid Environments*, v. 63, n. 3, p. 596–614, 2005.
- CARAMORI, P. H. et al. Análise da ocorrência de geadas no estado do paraná com base na temperatura de superfície obtida dos dados avhrr/noaa. In: INPE (Ed.). *Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto*. Florianópolis, Brasil: [s.n.], 2007. p. 5623–5629.
- CHEN, K. S.; YEN, S. K.; TSAY, D. W. Neural classification of spot imagery through integration of intensity and fractal information. *International Journal of Remote Sensing*, v. 18, n. 4, p. 763–783, 1997.
- ESQUERDO, J. C. D. M. et al. An automatic system for avhrr land surface product generation. *International Journal of Remote Sensing*, v. 27, n. 18, p. 3925–3942, 2006.
- ESQUERDO, J. C. D. M.; ZULLO, J. J. Metodologia para a geração automática de perfis temporais de ndvi. In: *XXXV Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola*. João Pessoa: [s.n.], 2006.
- FONTANA, D. C.; POTGIETER, A.; APAN, A. Relação entre a precipitação pluvial e ndice de vegetação em imagens multitemporais modis. In: *XVI Congresso Brasileiro de Agrometeorologia (CBAGRO)*. Campinas: Sociedade Brasileira de Agrometeorologia, 2005.
- GONÇALVES, R. R. d. V. *Relação entre a resposta espectral da cana-de-açúcar, registrada nas imagens dos satélites AVHRR/NOAA, em São Paulo, e dados agroclimáticos, no período de 2001 a 2008*. Tese (Mestrado) — Unicamp, 2008.
- HUBERT, L.; SCHULTZ, J. Quadratic assignments a general data analysis strategy. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, v. 29, p. 190–241, 1976.
- LUCAS, A. A.; SCHULER, C. A. B. Análise do ndvi/noaa em cana-de-açúcar e mata atlântica no litoral norte de pernambuco, brasil. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e ambiental*, v. 11, n. 6, p. 607–614, 2007.
- MANDELBROT, B. *The fractal geometry of nature*. New York: [s.n.], 1983. 550 p.
- PEARSON, K. Mathematical contributions to the theory of evolution. iii regression, heredity and panmixia. *Philos Trans Royal Soc London Ser A*, v. 187, p. 253–318, 1896.
- QIU, H. et al. Fractal characterization of hyperspectral imagery. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, v. 65, n. 1, p. 63–71, 1999.
- ROUSE, J. W. et al. Monitoring vegetation systems in the great plains with erts. In: *Earth Resources Technology Satellite*. Washington, D. C.: NASA. Goddard Space Flight Center, 1973. (NASA SP-351, v. 1), p. 309–317.
- SCHROEDER, M. *Fractals, Chaos, Power Laws*. 6. ed. New York: W. H. Freeman, 1991.
- SOUSA, E. P. M. d. et al. A fast and effective method to find correlations among attributes in databases. *Data Mining and Knowledge Discovery (DMKD)*, p. 48 p., 2007.
- TRAINA, C. J. et al. Fast feature selection using fractal dimension. In: MEDEIROS, C. M. B.; BECKER, K. (Ed.). *Brazilian Symposium on Databases (SBB D)*. João Pessoa, PB: [s.n.], 2000. p. 158–171.
- WANG, J.; PRICE, K. P.; RICH, P. M. Temporal responses of ndvi to precipitation and temperature in the central great plains. *International Journal of Remote Sensing*, v. 24, n. 11, p. 2345–2364, 2003.
- WANG, Q. et al. On the relationship of ndvi with leaf area index in a deciduous forest site. *Remote Sensing of Environment*, v. 94, n. 2, p. 244–255, 2005.