

Modelo conceitual de desenvolvimento espaço-temporal de macrófitas aquáticas

Ligia Flávia Antunes Batista^{1,2}
Nilton Nobuhiro Imai¹
Edivaldo Domingues Velini³

¹ Universidade Estadual Paulista – UNESP
Faculdade de Ciências e Tecnologia – 19060-900 – Presidente Prudente - SP, Brasil
nnimai@fct.unesp.br

² Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR
86300-000 Cornélio Procópio - PR, Brasil
ligia@utfpr.edu.br

³ Universidade Estadual Paulista – UNESP
Faculdade de Ciências Agrônômicas – 18603-970 – Botucatu-SP, Brasil
velini@fca.unesp.br

Abstract. This paper describes a conceptual model created to represent the submerged aquatic vegetation growth and the differential equations that are the product of the first phase of dynamic modeling process. This one is composed of four phases: formulation, verification, calibration and analysis and evaluation. The problem of excessive macrophytes growth in reservoirs has caused many economic losses, since it is necessary to stop producing electric energy to remove plants that obstruct turbines. Besides, it reduces the multiple uses of water body. The aim of this work is to present a model that can be used in spatio-temporal simulation to generate a geographic distribution of plants and their development during a period of time. The state variables were selected based on previous works about modeling and limnology focused on submerged macrophytes, mainly *Egeria najas* and *Egeria densa* species. The diagram of conceptual model was designed with the energy language proposed by Odum, which allows to get the mathematical formulation in an easier way than writing it from scratch. The spatial dimension was described adopting the diffusion process and the cellular automata approach. The construction of a diagram to represent an abstraction of problem has the advantage of facilitating the comprehension of interactions among related variables. Furthermore, it gives us a way of getting the equations that will be used in the next phase of modeling, when formulae will be implemented.

Keywords: dynamic modeling, conceptual model, spatio-temporal simulation modelagem dinâmica, modelo conceitual, simulação espaço-temporal.

1. Introdução

Modelar fenômenos com o intuito de prever sua evolução temporal é uma tarefa complexa, que exige amplo conhecimento do domínio de aplicação para determinar os fatores envolvidos e representá-los matematicamente a fim de poder realizar projeções sobre estados futuros. Abstrair algumas variáveis para restringir os fatores que interferem no problema torna-se imprescindível para alcançar uma solução ainda que seja aproximada. Incluir a dimensão espacial na modelagem significa agregar ainda mais complexidade, haja vista a necessidade de inferir a distribuição geográfica do objeto de estudo.

Quando se considera fenômenos ecológicos, tem-se outras dificuldades, uma vez que não há regras que regem a evolução dos ecossistemas e as variáveis envolvidas são inúmeras, além de outros aspectos imprevisíveis que podem alterar completamente uma situação.

Dessa forma, nota-se a necessidade de dividir o problema da modelagem dinâmica e solucioná-lo em partes, desde a formulação de objetivos e hipóteses até a análise de resultados. Sem isso a probabilidade de obter resultados satisfatórios torna-se muito pequena, diminuindo ainda mais quando o objeto da modelagem é de natureza ecológica.

Esse trabalho apresenta os primeiros artefatos gerados para a modelagem espaço-temporal

do crescimento de macrófitas aquáticas submersas. Tal problema tem importância não só ecológica como também econômica, uma vez que em reservatórios de usinas hidrelétricas a proliferação excessiva de plantas acarreta sérios prejuízos, devido à parada da geração de energia para remover a vegetação que entope turbinas e comportas. Assim, o modelo proposto representa uma ferramenta de auxílio a tomada de decisão, pois permite simular diferentes cenários e avaliar suas conseqüências sem ter que interferir no meio ambiente.

A seção 2 aborda algumas questões sobre modelagem espacial dinâmica. A seção 3 apresenta material e método. A seção 4 relata os resultados e discussões. As considerações finais estão na seção 5.

2. Modelagem espacial dinâmica

Um modelo espacial dinâmico pode ser definido como uma representação matemática de um processo do mundo real no qual o estado de uma certa localização na superfície da Terra muda de acordo com as variações das forçantes, que são os fatores que exercem controle sobre o fenômeno. Deve incluir procedimentos para discretização de espaço e tempo e para a computação de novos atributos em resposta às entradas (BURROUGH, 1998).

Vários trabalhos têm sido realizados com essa abordagem, como simulação da dinâmica de paisagem da Amazônia (SOARES-FILHO, 1998), modelos dinâmicos para previsão do uso do solo urbano (ALMEIDA, 2004) e modelos de mudança de uso e cobertura do solo em múltiplas escalas (CARNEIRO, 2006).

A seqüência clássica do processo de modelagem define quatro fases principais: (a) formulação, (b) verificação, (c) calibração e (d) análise do modelo e validação (HAEFNER, 2005). A formulação compreende a definição dos objetivos e hipóteses do problema e sua representação matemática. A verificação engloba a tradução das equações matemáticas para algoritmos e sua implementação computacional. A estimativa dos parâmetros do modelo e as execuções com dados de teste são as tarefas pertinentes à calibração. Finalmente, executa-se a análise e validação final. Caso os resultados sejam satisfatórios, encerra-se o processo. Se não o forem, reavalia-se a possibilidade de buscar outra abordagem para resolução do problema.

O presente trabalho relata os resultados da fase de formulação aplicada ao problema do crescimento de macrófitas aquáticas, que podem ser classificadas em submersas, emergentes ou flutuantes, conforme seu posicionamento na água (BIANCHINI JUNIOR, 2003). O objeto desse estudo são as espécies submersas. Segundo Monteiro, Pezzato e Henry-Silva (2003), toda macrófita aquática pode ser considerada daninha em potencial, uma vez que, se as condições ambientais forem favoráveis e não existirem fatores limitantes ao seu crescimento, esta tenderá a proliferar ocupando extensas áreas. Essa expansão ocorre em ambientes com grande interferência antrópica, tais como eutrofização artificial (excesso de nutrientes na água) e modificações hidrológicas.

3. Material e método

Realizou-se o levantamento de trabalhos de modelagem e limnologia que abordassem aspectos ecológicos de macrófitas aquáticas submersas a fim de compreender quais são as principais variáveis relacionadas ao crescimento dessas plantas. Dentre os trabalhos avaliados, cita-se primordialmente Tundisi e Tundisi (2008), Bianchini Junior (2003), Pezzato (2007) e Carrillo, Guarín e Guillot (2006).

A partir disso, enumerou-se as principais variáveis físico-químicas e morfométricas, bem como suas contribuições para o processo de crescimento das macrófitas submersas, focando nas plantas enraizadas das espécies *Egeria densa* e *Egeria najas*, amplamente encontradas em reservatórios brasileiros. A modelagem foi realizada considerando sua aplicação em

reservatório de usina hidrelétrica, sem determinar uma área específica. Essa abordagem generalista permite sua adaptação a diferentes ambientes.

Procedeu-se à modelagem conceitual, pela construção de um diagrama que descreve o fenômeno, do qual pode-se derivar as formulações matemáticas. Odum (1994) propôs a abordagem conceitual de fluxos de energia para representação de modelos ecológicos, a qual fundamenta-se em um conjunto de elementos e conexões entre eles, que representam condução de energia.

Os elementos básicos utilizados no modelo conceitual proposto são: fluxo de energia, fonte, estoque, sumidouro de calor, interação e produtor (ODUM, 1994). O fluxo de energia indica transporte de vários tipos de energia, como matéria, concentração de substâncias químicas, informação, dinheiro. É proporcional à fonte que o produz, sendo, portanto, associado a um coeficiente de ponderação. Está ilustrado na Figura 1(a). Fonte é um elemento externo, também conhecido como forçante, que influencia o sistema, mas não é alterado por ele. O elemento gráfico está na Figura 1(b). O elemento estoque está associado a uma variável de estado e pode representar armazenagem de diversos tipos de energia, assim como o elemento de fluxo. Seu gráfico está na Figura 1(c). O sumidouro de calor indica dissipação, que acontece em todos os fluxos, interações e estoques, conforme a segunda lei de energia, de acordo com a qual uma parcela da energia gasta não pode mais ser utilizada, saindo do sistema (ODUM; ODUM, 2000). Seu gráfico está ilustrado na Figura 1(d). O elemento interação indica interseção de dois fluxos, que se combinam para produzir um produto proporcional a ambas. Seu elemento gráfico está na Figura 1(e). O produtor é o elemento que coleta e transforma energia de baixa qualidade em energia de alta qualidade. No contexto ecológico, normalmente é representado pelos organismos fotossintetizantes (autótrofos), que utilizam luz e carbono para produzir matéria orgânica. A Figura 1(f) é sua representação.

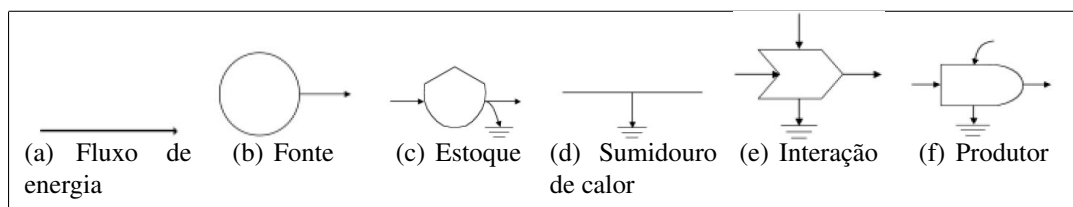


Figura 1: Elementos básicos dos diagramas de Odum. Fonte: (ODUM, 1994)

Após a confecção do modelo conceitual, obteve-se a formulação matemática, dada por um conjunto de equações diferenciais, derivadas do próprio diagrama. Cada elemento de estoque dá origem a uma equação diferencial, seguindo a regra de que a taxa de variação de um estoque é dada pela soma dos fluxos de entrada menos a soma dos fluxos de saída. Essas equações obtidas são parte da entrada de dados para ferramentas de simulação.

4. Resultados e discussões

O modelo conceitual proposto está apresentado na seção 4.1. As questões espaciais do modelo são discutidas na seção 4.2 e as equações estão descritas na seção 4.3.

4.1. Modelo conceitual ecológico

Foram enumeradas como fontes externas: luz, vento, temperatura, chuva, corrente e profundidade do reservatório, representadas com círculos na Figura 2. Os estoques são as variáveis coeficiente de atenuação da luz (K), condutividade elétrica (condut), pH, dióxido de carbono (CO₂), nitrogênio (nitrog), fósforo, oxigênio (oxig) e biomassa (Biom). A biomassa

representa o peso do material vegetal, expresso por unidade de área, contido acima e abaixo da água e no sedimento.

O símbolo do produtor, apresentado na Figura 1(f) designa a macrófita, cuja biomassa é a principal variável, objeto da modelagem da distribuição espacial. Relacionados à macrófita tem-se seus processos de fotossíntese, respiração e decomposição, indicados por elementos de interação, que recebem contribuições das demais variáveis de estado e fontes externas.

Há vários símbolos de interação sem rótulos que denotam o acúmulo de interferências das variáveis nos processos das macrófitas. Essa representação foi necessária porque a sintaxe da linguagem de energia de Odum define o elemento de interação com apenas duas entradas e uma saída, além do sumidouro de calor. Como a fotossíntese depende de vários elementos do modelo, adotou-se a idéia de interferências acumuladas com vários símbolos de interação encadeados. Optou-se por inserir apenas um sumidouro de calor para todo o sistema, ao invés de um em cada elemento, apenas para facilitar a visualização do diagrama. O retângulo maior define as fronteiras do sistema e o separa das fontes externas.

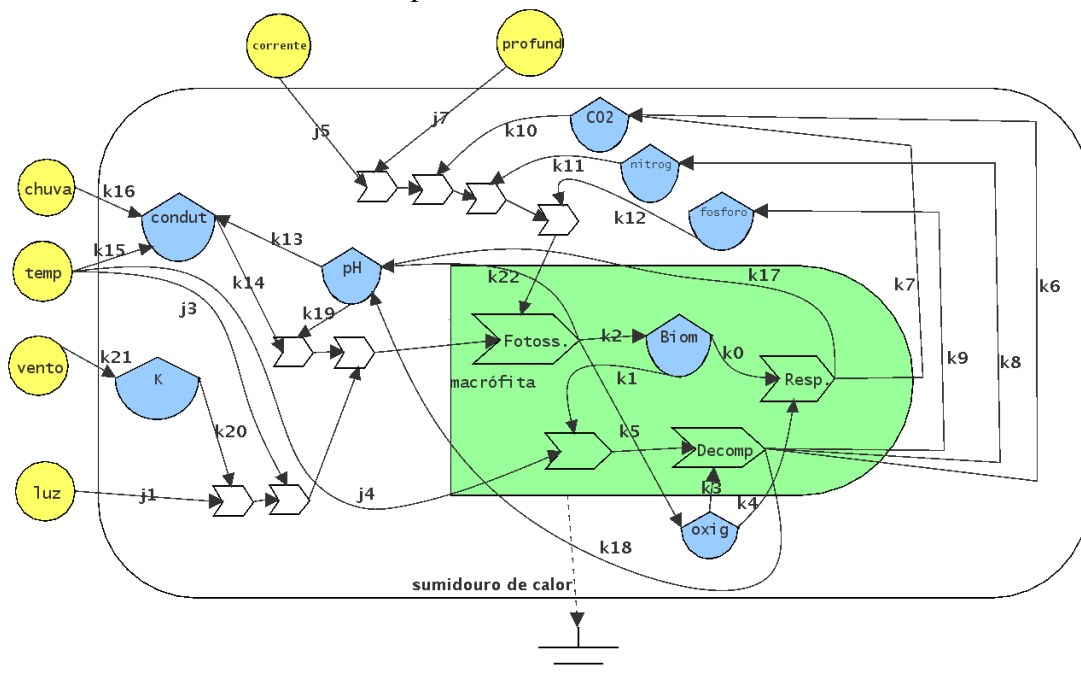


Figura 2: Modelo conceitual de crescimento de macrófitas submersas

Os fluxos de energia do modelo conceitual são indicados pelas setas. Aquelas rotuladas com j são valores das variáveis físico-químicas ou morfométricas que serão obtidos em levantamentos de campo. Aquelas cujo rótulo começa com k denotam, além dos valores das variáveis, o coeficientes que serão determinados na fase de calibração dos parâmetros.

Os fluxos j1 e k20 indicam a influência do coeficiente de atenuação (K), reduzindo a disponibilidade de luz, determinada pelo fotoperíodo (número de horas de luz). O coeficiente de atenuação é uma variável fortemente correlacionada com a turbidez da água e com a medida de transparência determinada com disco de Secchi. Foi escolhido para fazer parte do modelo, em detrimento dessas outras variáveis, por representar informação do material particulado e dissolvido (último não considerado pela turbidez) e não ser afetado por erros visuais como o disco de Secchi, conforme afirma Bini e Thomaz (2005).

O fluxo rotulado por k21, oriundo da fonte externa vento, está relacionado com a movimentação dos sólidos em suspensão na água causada pelo próprio vento, que aumenta a turbidez e também o coeficiente de atenuação da luz. Na implementação será agregado um

comportamento estocástico a esse fluxo para designar o caráter não determinístico associado ao vento.

A influência da temperatura nos processos de fotossíntese e decomposição está indicada pelos fluxos j3 e j4. Segundo Tundisi e Tundisi (2008), a temperatura controla e limita as respostas fisiológicas dos organismos, as atividades bioquímicas e as taxas de crescimento e reprodução. No caso da decomposição, a temperatura promove aceleração do processo. Com respeito à fotossíntese, para cada espécie há valores ótimos de temperatura que maximizam a produção primária. Pezzato (2007), em experimento de laboratório, obteve máximo aumento de biomassa com *Egeria najas* em temperatura de 25 °C.

A temperatura modifica também o valor da condutividade elétrica, o que está indicado pelo fluxo k15. Tundisi e Tundisi (2008) relatam que a atividade iônica aumenta cerca de 2% para cada grau centígrado. Conforme Tundisi e Tundisi (2008), há ainda um comportamento sazonal da condutividade, com valores altos nos períodos de seca e baixos em épocas chuvosas, uma vez que o meio torna-se mais diluído. Essa influência é descrita pelo fluxo k16.

O fluxo j5 é a influência da corrente para a biomassa da planta. Uma velocidade mínima é necessária para a oxigenação da água. Todavia, espécies enraizadas são prejudicadas pela velocidade elevada de corrente, pois essa torna o sedimento instável e dificulta a fixação dos vegetais aquáticos. Monteiro, Pezzato e Henry-Silva (2003) citam um trabalho em que constatou-se altas taxas de crescimento de macrófitas submersas com velocidade de corrente de até 0,6m/s.

O fluxo j7 representa a influência da profundidade para a biomassa. Macrófitas submersas normalmente desenvolvem-se a partir de uma certa profundidade a partir da margem e ocorrem até uma profundidade máxima, coincidente com a zona eufótica (iluminada). Sabe-se que a declividade é outra variável que tem influência na presença da planta. Essa não foi representada pois será calculada a partir da diferença de profundidade em cada posição no espaço.

A reciclagem de macronutrientes promovida pela decomposição está descrita no modelo pelos fluxos k6, k8 e k9. Esse processo induz a liberação de fósforo, nitrogênio e carbono para a água e para o sedimento, acelerando os ciclos biogeoquímicos dos elementos e tornando-os disponíveis para outros organismos produtores (TUNDISI; TUNDISI, 2008).

A fotossíntese requer disponibilidade de macronutrientes (carbono, fósforo, nitrogênio), como especificada pelos fluxos k10, k11 e k12. Tundisi e Tundisi (2008) afirmam que a dependência de base nutricional controla o crescimento, a reprodução e a sucessão de comunidades de plantas e animais. A condutividade é outro fator que afeta fotossíntese (fluxo k14), uma vez que alguns íons disponíveis atuam como fonte de macronutrientes no processo.

O processo da fotossíntese afeta o pH, contribuindo para seu aumento, conforme o fluxo k22. Tundisi e Tundisi (2008) explicam que, durante a fotossíntese, o CO_2 e o HCO_3^- (bicarbonato) são removidos pelos produtores primários, causando aumento do pH, que é regulado parcialmente por estes compostos. Já os processos de respiração e decomposição reduzem o pH, influência descrita pelos fluxos k17 e k18. Uma certa faixa de valores de pH influencia a fotossíntese e a condutividade, o que está indicado pelos fluxos k13 e k19. Pezzato (2007), em experimento de laboratório com a espécie *Egeria najas*, obteve maior fotossíntese líquida com pH aproximado de 4,0. Entende-se por produção primária líquida a produção de matéria orgânica pelos organismos fotoautotróficos, subtraindo-se a que foi consumida pela respiração ou outros processos metabólicos. O pH é um fator, conforme afirma Tundisi e Tundisi (2008), do qual dependem os organismos aquáticos, pois controla muitas reações químicas e disponibiliza íons HCO_3^- e O_3^- para plantas aquáticas, regulando sua distribuição e crescimento.

Os fluxos k0 e k1 indicam perdas de biomassa acarretadas pelos processos de respiração

e decomposição. A biomassa gerada pela fotossíntese está representada pelo fluxo k_2 . O consumo de oxigênio na respiração e decomposição é designado respectivamente pelos fluxos k_4 e k_3 . O oxigênio é fundamental para os organismos aquáticos (TUNDISI; TUNDISI, 2008), pois regiões anóxicas excluem inúmeros organismos. Disponibilidade de oxigênio controla a taxa de crescimento e as respostas fisiológicas e bioquímicas de muitos organismos aquáticos. O gás carbônico gerado pela respiração é dado pelo fluxo k_7 . O fluxo k_5 , por sua vez, designa produção de oxigênio pela fotossíntese.

4.2. Modelagem espacial

Sendo a água um meio fluido, tem-se uma permanente mistura de substâncias, promovida pela circulação da massa líquida que influencia os processos químicos e biológicos. O mecanismo que causa mudança de propriedades na água decorrente de gradientes de concentração é chamado de difusão (TUNDISI; TUNDISI, 2008). Odum (1994) afirma que esse movimento aleatório de matéria, das áreas mais concentradas para as menos concentradas, pode ser simbolizado como na Figura 3, em que os estoques de diferentes tamanhos indicam o gradiente de concentração e a linha sem seta que os une é justamente o processo de difusão. De modo análogo, pode-se entender cada estoque como uma região do espaço com concentrações variadas de diferentes substâncias que circulam de uma área para outra. Essa é a concepção adotada para modelagem espacial.

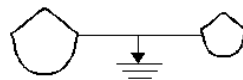


Figura 3: Modelo conceitual do processo de difusão. Fonte: Odum (1994)

A modelagem conceitual da distribuição espacial está associada com a abordagem de autômatos celulares, que possibilita representar a dinâmica espaço-temporal de um sistema com uma matriz de células que têm seu estado alterado ao longo do tempo, de acordo com sua vizinhança e um conjunto de regras de transição (PEDROSA; CÂMARA, 2004). A Figura 4 ilustra este conceito, em que cada célula da matriz corresponde a uma área da região de interesse e está associada ao modelo conceitual completo, apresentado na Figura 2. A área de estudo será, portanto, discretizada na fase de implementação do modelo.

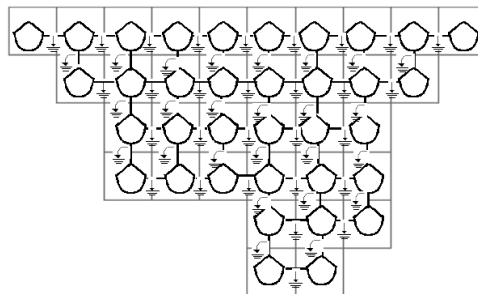


Figura 4: Modelo conceitual espacial

Para permitir que a abrangência dos efeitos modelados não fique restrita à vizinhança local, será utilizado o conceito de autômato celular aninhado. Esse tipo de estrutura permitirá que seja feito um tratamento específico para os eventos globais e locais, conferindo-lhe também a possibilidade de tratar o espaço de forma heterogênea em termos de escala, espaço, tempo e relações de proximidade (CARNEIRO, 2006).

4.3. Modelo matemático

A partir do modelo conceitual da Figura 2, cada estoque foi descrito por uma equação diferencial que considera os fluxos de entrada e saída, seguindo as regras de obtenção de modelo matemático. Utilizou-se como ferramenta de apoio o *software* EMSIM (VALYI; ORTEGA, 2004). Após simplificações, obteve-se a Equação 1 para representar a taxa de variação da biomassa, a Equação 2 para descrever o estoque de oxigênio, a Equação 3 para o gás carbônico, a Equação 4 para o nitrogênio, a Equação 5 para o fósforo, a Equação 6 para a condutividade, a Equação 7 para o pH e a Equação 8 para o coeficiente de atenuação (K). A Equação 9 representa um conjunto de termos comuns às outras expressões e foi utilizada apenas para fins de simplificação.

$$\frac{dBiom}{dt} = -k_0 * (2Biom * oxig) - k_1 * ((4temp * Biom * oxig)) + fatores_fs * k_2 \quad (1)$$

$$\frac{doxig}{dt} = -k_3 * (4temp * Biom * oxig) - k_4 * (2Biom * oxig) + fatores_fs * k_5 \quad (2)$$

$$\frac{dCO_2}{dt} = temp * Biom * oxig * k_6 + Biom * oxig * k_7 - k_{10} * (3fatores_fs) \quad (3)$$

$$\frac{dnitrog}{dt} = temp * Biom * oxig * k_8 - k_{11} * (3fatores_fs) \quad (4)$$

$$\frac{dfosforo}{dt} = temp * Biom * oxig * k_9 - k_{12} * (3fatores_fs) \quad (5)$$

$$\frac{dcondut}{dt} = -k_{14} * (3fatores_fs) + pH * k_{13} + temp * k_{15} + chuva * k_{16} \quad (6)$$

$$\frac{dpH}{dt} = Biom * oxig * k_{17} + fatores_fs * k_{22} + temp * Biom * oxig * k_{18} - k_{19} * (((3fatores_fs))) - pH * k_{13} \quad (7)$$

$$\frac{dK}{dt} = -k_{20} * (3fatores_fs) + vento * k_{21}; \quad (8)$$

$$fatores_fs = condut * pH * luz * K * temp * corrente * profund * CO_2 * nitrog * fosforo \quad (9)$$

A análise das equações obtidas deve ser feita a partir dos fluxos de entrada e saída de cada estoque. Considerando-se o estoque biomassa no modelo da Figura 2, vê-se que conectado a esse elemento há o fluxo de entrada k_2 e dois fluxos de saída, k_0 e k_1 . A equação 1 tem esses fluxos como coeficientes, em que a entrada k_2 é positiva e os fluxos k_1 e k_0 têm sinal negativo. Comportamento similar pode ser percebido nas demais equações. O elemento interação tem correspondência com o operador matemático de multiplicação, o que pode ser observado na Equação 9, gerada devido à seqüência de símbolos de interação encadeados.

A próxima fase da modelagem dinâmica, como citado na seção 2, é a verificação, quando as equações serão implementadas computacionalmente e poderão passar por alguns ajustes e correções que não podem ser detectados até esse ponto do processo. Será feita a simulação com o ambiente de modelagem TerraME, que implementa a estrutura de autômatos celulares aninhados, possibilitando a representação do fenômeno em múltiplas escalas (CARNEIRO, 2006). Estuda-se a viabilidade de utilizar, na fase de calibração dos parâmetros, técnicas de computação evolutiva que calculam iterativamente o melhor conjunto de valores, com base nos dados coletados em campo.

5. Conclusões

Esse trabalho apresentou um modelo conceitual de crescimento de macrófitas aquáticas submersas e o formalismo matemático derivado do diagrama, o qual pode ser utilizado como entrada para ferramentas de simulação. Nota-se que o número de variáveis envolvidas é bastante grande, o que pode dificultar o processo de simulação, uma vez que envolvem coletas de campo, as quais normalmente têm altos custos e demandam tempo, além de outras questões logísticas. Pretende-se, a partir da definição da área de estudo e de um trabalho de campo

de reconhecimento inicial, simplificar as equações e eliminar variáveis que não apresentam variação espacial significativa.

Conclui-se, assim, que a composição de um modelo conceitual é importante pois facilita sobremaneira a definição do formalismo matemático, difícil de ser obtido diretamente.

Os trabalhos futuros envolvem estudos para definição da frequência de amostragem em campo, implementação do modelo com autômatos celulares e especificação de componentes estocásticos para conferir mais realismo ao modelo, inerentemente não determinístico.

Referências

- ALMEIDA, C. M. de. *Modelagem da dinâmica espacial como uma ferramenta auxiliar ao planejamento: simulação de mudanças de uso da terra em áreas urbanas para as cidades de Bauru e Piracicaba (SP), Brasil*. Tese (Doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2004.
- BIANCHINI JUNIOR, I. Modelos de crescimento e decomposição de macrófitas aquáticas. In: _____. *Ecologia e manejo de macrófitas aquáticas*. [S.l.]: EDUEM, 2003. cap. 4, p. 85–126.
- BINI, L. M.; THOMAZ, S. M. Prediction of *Egeria najas* and *Egeria densa* occurrence in a large subtropical reservoir (Itaipu reservoir, Brazil-Paraguay). *Aquatic Botany*, v. 83, p. 227–238, 2005.
- BURROUGH, P. A. Dynamic modelling and geocomputation. In: _____. *Geocomputation: a primer*. London: John Wiley & Sons Ltd, 1998. cap. 9, p. 165–191.
- CARNEIRO, T. G. de S. *Nested-CA: a foundation for multiscale modelling of land use and land cover change*. Tese (Doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, June 2006.
- CARRILLO, Y.; GUARÍN, A.; GUILLOT, G. Biomass distribution, growth and decay of *Egeria densa* in a tropical high-mountain reservoir (NEUSA, Colombia). *Aquatic Botany*, v. 85, p. 7–15, 2006.
- HAEFNER, J. W. *Modeling Biological Systems: Principles and Applications*. 2. ed. New York: Springer, 2005.
- MONTEIRO, A. F.; PEZZATO, M. M.; HENRY-SILVA, G. G. Fatores limitantes à produção primária de macrófitas aquáticas. In: _____. *Ecologia e manejo de macrófitas aquáticas*. Maringá: EDUEM, 2003. cap. 3, p. 59–83.
- ODUM, H. T. *Ecological and General Systems*. Colorado: University Press of Colorado, 1994.
- ODUM, H. T.; ODUM, E. C. *Modeling for all scales*. [S.l.]: Academic Press, 2000.
- PEDROSA, B.; CÂMARA, G. Modelagem dinâmica e geoprocessamento. In: _____. *Análise espacial de dados geográficos*. Brasília: EMBRAPA, 2004.
- PEZZATO, M. M. *Macrófitas aquáticas submersas: fotossíntese, crescimento e variáveis abióticas da água*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.
- SOARES-FILHO, B. da S. *Modelagem da dinâmica de paisagem de uma região de fronteira de colonização amazônica*. Tese (Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.
- TUNDISI, J. G.; TUNDISI, T. M. *Limnologia*. São Paulo: Oficina de Textos, 2008.
- VALYI, R.; ORTEGA, E. Emergy simulator, an open source simulation platform dedicated to systems ecology and emergy studies. *Proceedings of IV Biennial International Workshop “Advances in Emergy Studies”*, p. 349–360, June 2004.