

Evaluación de filtros MAP para nuevos modelos de imágenes SAR

Mery Picco, Gabriela Palacio, Elsa Moschetti
Universidad Nacional de Río Cuarto, X5804BYA Argentina
[mpicco, gpalacio, emoschetti]@exa.unrc.edu.ar

Alejandro Frery
Universidade Federal de Alagoas, 57072-970 Maceió, AL – Brasil
acfrery@pesquisador.cnpq.br

Abstract. Speckle, appearing in synthetic aperture radar (SAR) images as granular noise, is due to the interference of waves reflected from many elementary scatterers. Speckle in SAR images complicates the images interpretation by reducing the effectiveness of images segmentation and classification. To alleviate deleterious effects of speckle, various ways have been devised to suppress it. This work presents two new speckle reduction filters for SAR images based on the maximum a posteriori (MAP) approach and a Monte Carlo procedure for the assessment of their performance. To compare quantitatively this new filters, with respect to classical ones, a set of criteria is established and comparisons are made for the effectiveness of these filters in speckle reduction and edge-preserving.

Keywords: Filters, Image processing, simulation, speckle.

1. Introducción

El radar de apertura sintética (SAR – *Synthetic Aperture Radar*) es un sistema de teledetección activo que permite obtener información valiosa sobre los recursos naturales, así como también acerca de la acción antrópica sobre el ambiente. El problema principal de estas imágenes es la presencia del ruido *speckle*, que degrada su calidad dificultando una interpretación clara y precisa de las mismas. Se han desarrollado diversas técnicas que permiten mitigar el ruido, destacándose el filtrado espacial.

Muchos trabajos han sido desarrollados sobre técnicas de filtrado, especialmente usando modelos estadísticos para los datos. Kuan et al. (1987) fueron los primeros en proponer el filtro máximo a posteriori (MAP) para imágenes SAR de un look, suponiendo el modelo multiplicativo para el ruido speckle en formato intensidad y con densidad a priori Gausiana. Dado que este modelo resultaba inadecuado para describir todos los tipos de datos provenientes de imágenes SAR, Lopes et al. (1990) sugirieron un filtro MAP bajo las distribuciones Beta y Gama como modelo a priori. Sant’Anna (1995) derivó, implementó y evaluó filtros MAP para imágenes SAR tanto en formato intensidad como amplitud utilizando diversas distribuciones a priori.

Usualmente las distribuciones propuestas para datos un look provenientes de zonas homogéneas son la Exponencial y la Rayleigh para formatos intensidad y amplitud respectivamente. Cuando la región observada no es homogénea otras distribuciones han sido consideradas, entre ellas la distribución K ha recibido mucha atención en la literatura. Frery et al. (1997a) proponen una nueva clase de distribuciones, llamadas \mathcal{G} , que tienen a la distribución K como caso particular. Un caso especial es la distribución \mathcal{G}^0 , que tiene tantos parámetros como la K y que permite modelar exitosamente áreas extremadamente heterogéneas, tales como zonas urbanas, que no pueden ser modelados apropiadamente por la distribución K .

El uso de tales modelos en imágenes SAR ha dado excelentes resultados (Mejail et al. 2003, Quartulli & Datcu 2004). Palacio (2002) desarrolló filtros MAP suponiendo distribuciones K y \mathcal{G}^0 en formato amplitud. Los mismos demostraron un buen desempeño tanto para reducir el speckle como para preservar bordes. En Moschetti et al. (2006) se presentaron dos nuevos filtros MAP para imágenes SAR

en formato intensidad, para las distribuciones \mathcal{G}^0 y \mathcal{G}^H . En ese trabajo se mostró que las medidas propuestas en Lee et al. (1994) para evaluar el desempeño de los filtros pueden resultar inadecuadas, y se propone un estudio Monte Carlo sobre un conjunto de medidas de calidad. Este trabajo evalúa el desempeño de estos filtros utilizando nuevas medidas cuantitativas. Los filtros se comparan entre sí y con el filtro clásico de Lee (1980) a través de una experiencia Monte Carlo.

En la sección 2 se presenta una breve revisión del modelo multiplicativo para imágenes SAR univariadas. En la sección 3 se discuten los dos nuevos filtros MAP. La sección 4 describe la experiencia Monte Carlo y los criterios utilizados para evaluar el desempeño de los filtros. En la sección 5 se muestran los resultados y conclusiones obtenidas.

2. El Modelo Estadístico para Imágenes SAR

El modelo multiplicativo es conveniente para explicar las características estadísticas de imágenes SAR. Este modelo postula que el retorno multilook en intensidad Z de cada pixel puede ser modelado como el producto de dos variables aleatorias independientes, una correspondiente al coeficiente de retrodispersión o backscatter X , que describe las propiedades intrínsecas del terreno, y otra correspondiente al ruido speckle Y que degrada la calidad de la imagen y dificulta la visualización de la misma. Con esto, la distribución de $Z = XY$ queda determinada por las distribuciones de X y de Y .

El modelo que describe al ruido speckle Y en formato intensidad, y que además posee justificación fenomenológica, es descrito por la función de densidad

$$f_Y(y) = \frac{L^L}{\Gamma(L)} y^{L-1} \exp\{-Ly\}, L \geq 1, y > 0, \quad (1)$$

donde L es el número de looks, un parámetro que cuantifica la calidad de la imagen y puede ser controlado (dentro de ciertos límites) durante la generación de la imagen. Para el backscatter podrían considerarse varias distribuciones, las cuales inducirían distintos modelos para el retorno. Una de ellas es la ley $\Gamma(\alpha, \lambda)$, que da lugar a la distribución $\mathcal{K}(\alpha, \lambda, L)$ para Z . Dado que la distribución $\Gamma(\alpha, \lambda)$ es un caso particular de la distribución Inversa Gaussiana Generalizada, **GIG** $(\alpha, \gamma, \lambda)$, y con el objetivo de desarrollar nuevos modelos expresivos y tratables, Frery et al. (1997a) proponen considerar otra rama de la distribución GIG, llamada $\Gamma^{-1}(\alpha, \gamma)$ de donde se deriva la distribución $\mathcal{G}^0(\alpha, \gamma, L)$ para el retorno. Posteriormente Müller et al. (2000) propusieron la distribución Inversa Gaussiana, $IG(\omega, \sigma)$, que también es un caso particular de la GIG, y da lugar a la distribución $\mathcal{G}^H(\omega, \sigma, L)$ para Z . La ventaja de las distribuciones \mathcal{G}^0 y \mathcal{G}^H es que permiten modelar áreas extremadamente heterogéneas, como las urbanas, que no pueden ser modeladas adecuadamente por la distribución \mathcal{K} (Frery et al. 1997a, Müller et al. 2000). Como virtud adicional, ambas son tratables analítica y computacionalmente.

A continuación se detallan las distintas distribuciones obtenidas para el retorno:

$\mathcal{G}^0(\alpha, \gamma, L)$: con densidad

$$f(z) = \frac{L^L \Gamma(L - \alpha)}{\gamma^\alpha \Gamma(L) \Gamma(-\alpha)} \frac{z^{L-1}}{(\gamma + Lz)^{L-\alpha}}, \text{ donde } -\alpha, \gamma, z > 0, L \geq 1. \quad (2)$$

$\mathcal{G}^H(\omega, \sigma, L)$: caracterizada por la densidad

$$f(z) = 2 \frac{L^L \sqrt{\omega\sigma/\pi}}{\Gamma(L) e^{-2\omega}} z^{L-1} \left(\frac{\omega}{\sigma(\omega\sigma + Lz)} \right)^{\frac{1+2L}{4}} K_{L+1/2} \left(2 \sqrt{\frac{\omega}{\sigma}(\omega\sigma + Lz)} \right), \omega, \sigma, z > 0, L \geq 1. \quad (3)$$

Una de las características más importante de las distribuciones \mathcal{G}^0 y \mathcal{G}^H es que el valor de sus parámetros tiene interpretación inmediata en términos de rugosidad y textura. Por ejemplo para la

primera, valores de α cercanos a cero corresponden a zonas extremadamente heterogéneas, como es el caso de zonas urbanas. Para zonas menos heterogéneas, como por ejemplo bosques, el valor de este parámetro disminuye, alcanzando los valores más bajos para zonas homogéneas. El otro parámetro, γ es un parámetro de escala ya que depende del valor medio del backscatter y está relacionado con el brillo de la imagen.

Dado que nuestra visión es más sensible a variaciones en valor medio que a variaciones en rugosidad, es fácil encontrar situaciones en las cuales áreas con diferentes parámetros de rugosidad son percibidas como semejantes, mientras que áreas con diferente parámetro de escala son fácilmente discriminadas, independientemente de su rugosidad. Este hecho justifica la elección de las situaciones de simulación utilizadas para comparar los filtros, las cuales se detallan en la sección 4. En la próxima sección derivaremos los tres filtros que se comparan en este trabajo.

3. Filtros

En esta sección se describen el filtro de Lee y los filtros MAP propuestos por Moschetti et al. (2006), los cuales usan los modelos caracterizados por las densidades dadas en las ecuaciones (2) y (3).

3.1. El filtro de Lee

Lee desarrolló en 1980 un filtro para imágenes afectadas por ruido multiplicativo, aditivo o combinación de ambos, que utiliza la media y la varianza de los niveles digitales de los píxeles de una ventana. El filtro consiste en reemplazar el valor del pixel central de una ventana por el siguiente estimador de la verdadera señal: $\hat{X} = \bar{X} + b(Z - \bar{X})$, donde $b = \text{Var}(X)/\text{Var}(Z)$. En ausencia de un modelo preciso para la señal verdadera X , sus momentos deben ser estimados a partir de los valores observados de Z . Así, la media y la varianza de X se pueden obtener en cada ventana con:

$$\bar{X} = \bar{Z}/\bar{Y} = \bar{Z} \quad \text{y} \quad \text{Var}(X) = \frac{\text{Var}(Z) - \bar{Z}^2 \sigma_Y^2}{\sigma_Y^2 + 1},$$

donde σ_Y es la desviación estándar del speckle, el cual depende del modelo.

Tanto el filtro clásico de Lee como sus variantes suelen estar disponibles en los paquetes computacionales más usados en el tratamiento de imágenes.

3.2. Filtros MAP

El filtro MAP es una técnica bayesiana para inferir la verdad del terreno x , dado el valor observado z . Este filtro requiere una distribución tanto para la verdad del terreno X , como para el ruido speckle Y , pues consiste en estimar el valor de x que hace máxima la probabilidad de observar un z dado. Dicha estimación se obtiene maximizando la distribución a posteriori:

$$f_{X|Z=z}(x) = \frac{f_{Z|X=x}(z)f_X(x)}{f_Z(z)}.$$

Dado que el denominador de la expresión anterior no depende de x , se obtiene:

$$\hat{x} = \arg \max[\ln(f_{Z|X=x}(z)) + \ln(f_X(x))]. \quad (4)$$

Resolviendo la ecuación (4) se obtienen los estimadores

$$\hat{x} = \frac{Lz + \gamma}{L + 1 - \alpha} \quad (5)$$

y

$$\hat{x} = \frac{(L + 3/2) - \sqrt{(-L - 3/2)^2 + 4\omega/\sigma(Lz + \omega\sigma)}}{-2\omega/\sigma}. \quad (6)$$

El parámetro L se estima para toda la imagen a partir de una zona homogénea (Mejail 1999). Los parámetros γ , α , ω y σ se estiman utilizando una ventana deslizante de tamaño fijo alrededor del pixel a ser filtrado. En este trabajo se utilizan los estimadores de momentos debido a la facilidad de los cálculos involucrados. Podrían también calcularse los estimadores de máxima verosimilitud o alguna versión robusta (Allende et al. 2006, Frery et al. 1997b) o mejorada (Cribari-Neto et al. 2002, Vasconcellos et al. 2005).

4. Validación de filtros

Dada la naturaleza estocástica de los objetos involucrados en el estudio, y dada la fragilidad de cualquier conclusión que se base en una muestra unitaria, se montó un experimento Monte Carlo para evaluar los filtros descritos por las ecuaciones (5) y (6). La misma consistió en simular distintos tipos de imágenes X , que corresponden a la verdad del terreno y luego multiplicarlas por el ruido aleatorio Y , el cual en todos los casos se simuló siguiendo la ley $\Gamma(1, 1)$, por ser la que introduce el mayor nivel de corrupción. Las imágenes X fueron simuladas con dos bordes, uno horizontal y otro vertical, formando cuatro regiones (ver **Figura 1(a)**).

Se consideraron dos situaciones de simulación, las cuales corresponden a distintos grados de contraste en la imagen. En la situación 1 se utilizaron dos valores de α : -3 (una zona extremadamente heterogéneas), y -15 (una zona homogénea) y dos valores de γ elegidos de manera tal de obtener valores esperados 20000 y 40000. La **Figura 1(b)** muestra un evento de este modelo: cada fila presenta dos muestras de distribuciones \mathcal{G}^0 con el mismo valor de α (rugosidad) y diferentes valores esperados, mientras que cada columna presenta dos muestras con distintos valores de α e iguales valores esperados. La Situación 2 difiere de la 1 en el hecho de que se utilizaron cuatro valores esperados diferentes (90000, 30000, 10000 y 3333) lo cual produce una imagen con alto contraste entre las cuatro regiones.

Se realizaron 100 repeticiones para cada situación considerada y a cada imagen simulada se le aplicó los filtros Lee (ver **Figura 1(c)**), MAP \mathcal{G}^0 (ver **Figura 1(d)**) y MAP \mathcal{G}^H , con ventanas 7×7 .

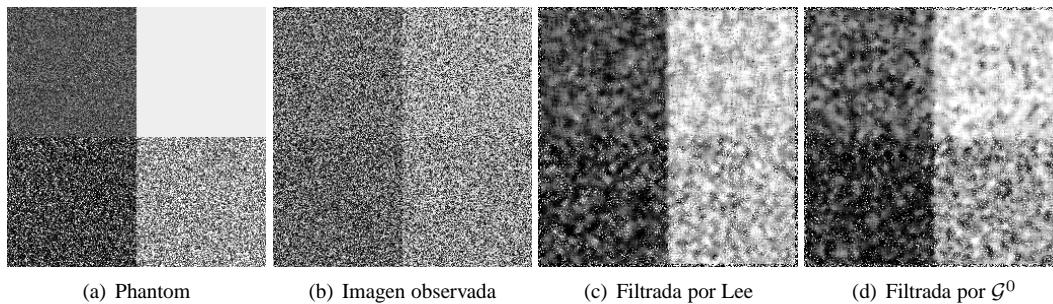


Figura 1: Phantom, imagen observada con speckle e imágenes filtradas

Evaluar la calidad de una imagen en general, y el desempeño de un filtro en particular es una tarea difícil. Wang et al. (2002) señalan que muchas de las medidas comúnmente usadas no reflejan correctamente lo percibido cualitativamente. Por otro lado, en Moschetti et al. (2006) se mostró la inadecuación del protocolo de Lee para tratar con situaciones más realistas que backscatter constante. En este trabajo se utiliza un conjunto de criterios que permite cuantificar tanto la habilidad de los filtros para reducir el ruido speckle como para preservar los bordes y detalles finos de la imagen.

4.1. Número equivalente de looks

El procesamiento multilook suaviza la imagen atenuando el efecto ‘sal y pimienta’ característico, y también ocasiona una degradación en la resolución espacial. Dado que una imagen con mayor número de looks será menos ruidosa, este número puede utilizarse como una medida de la reducción del ruido. Oliver & Quegan (1998) lo calculan como la recíproca del cuadrado del coeficiente de variación, estimado a partir de una zona homogénea de la imagen: el “número equivalente de looks” (NEL).

4.2. Media y desvío del speckle

Este criterio fue propuesto por Oliver & Quegan (1998), y usa el cociente entre la imagen original Z y la obtenida después de aplicar un filtro, \hat{X} . Suponiendo válido el modelo multiplicativo, este cociente es un estimador del speckle, y permite determinar la magnitud de la distorsión radiométrica introducida por el filtro.

Cuando se aplica un filtro se desea que la imagen \hat{X} resulte próxima a la imagen X . Luego, $\hat{Y} = Z/\hat{X}$ debería tener distribución $\Gamma(L, L)$. En este trabajo comparamos la media y el desviación estándar de \hat{Y} con los correspondientes valores de la distribución $\Gamma(1, 1)$.

4.3. Relación señal-ruido

Esta es una medida ampliamente usada para comparar diferentes estimaciones de una misma imagen. La mejora de la relación señal ruido se define como

$$\text{MRSR} = 10 \log \frac{\sum_{i,j} (X(i,j) - Z(i,j))^2}{\sum_{i,j} (X(i,j) - \hat{X}(i,j))^2},$$

donde X es la verdad del terreno, Z la imagen observada y \hat{X} la imagen estimada.

4.4. Factor β

Una forma de evaluar los filtros es a través de su capacidad de preservar o detectar bordes, ya que los mismos contienen información importante. Algunos de los filtros para la detección de bordes más conocidos son los operadores de Roberts y Sobel, basados en la derivada primera, y el operador laplaciano, basado en la derivada de segunda orden.

Hao & Gao (1999) definen la medida β para evaluar el desempeño de un filtro en cuanto a la preservación de bordes: la correlación entre la imagen original y la imagen filtrada, luego de aplicarles el operador laplaciano discreto. El factor β se define como

$$\beta = \frac{\sum_{i,j} \tilde{f}(i,j)\tilde{g}(i,j)}{\sqrt{\sum_{i,j} (\tilde{f}(i,j))^2(\tilde{g}(i,j))^2}},$$

donde f y g son las imágenes original y filtrada, respectivamente, y \tilde{f} y \tilde{g} son las mismas después de haberles aplicado el operador laplaciano. Valores grandes indican mayor preservación de bordes.

El operador laplaciano tiene como principal ventaja que es omnidireccional, es decir destaca los bordes en todas las direcciones, a diferencia de los filtros diferenciales de primer orden que diferencian la orientación vertical y horizontal. No obstante, tiene algunos inconvenientes, entre ellos el hecho de ser muy sensible al ruido (mucho más que los operadores basados en la primera derivada). Por esta razón, y dado además que las imágenes utilizadas en este trabajo presentan solo bordes horizontales y verticales, proponemos calcular también otro coeficiente β utilizando el operador de Roberts en lugar del laplaciano. Esta medida será denotada β_1 .

4.5. Error cuadrático medio normalizado

Cuando se trabaja con imágenes simuladas Z obtenidas como el producto de las imágenes simuladas separadamente X e Y , se dispone no sólo de la imagen *observada* Z sino de la imagen sin ruido X . Usando esta última es posible medir la calidad de la restauración realizada por los filtros, comparando la imagen sin ruido con la imagen resultante de aplicar un filtro determinado. El Error Cuadrático Medio Normalizado (ECMN) se define de la siguiente manera:

$$\text{ECMN} = \frac{\sum_{i,j} [x(i,j) - \hat{x}(i,j)]^2}{\sum_{i,j} [x(i,j)]^2}.$$

Esta medida fue implementada por Sant'Anna (1995) para la validación de filtros.

Un valor grande del EMN indica gran diferencia entre la imagen sin ruido y la imagen filtrada, lo cual implica que el nivel de ruido es grande aún luego de aplicar el filtro y por tanto éste no produce una buena restauración de la imagen.

5. Resultados y conclusiones

Los resultados obtenidos para cada criterio de comparación y para cada filtro son resumidos mediante boxplots en la **Figura 2**. En las ordenadas de cada gráfico de esta figura, 'Li', 'Gi' y 'Hi' denotan el resultado de aplicar el filtro de Lee, \mathcal{G}^0 y \mathcal{G}^H en las cien repeticiones de la situación i (1 ó 2). Los resultados son consistentes para las dos situaciones, por lo que se los describirá conjuntamente.

En la **Figura 2(a)** se observa que el filtro MAP \mathcal{G}^0 alcanza los mayores valores de NEL lo cual indica que es el mejor en cuanto a la capacidad para reducir el ruido speckle. En las **Figuras 2(b)** y **2(c)** observamos que los filtros MAP presentan menores valores de ECMN y mayores de MRSR que el filtro de Lee, por lo que con estos filtros se obtiene mayor calidad en la restauración de la imagen.

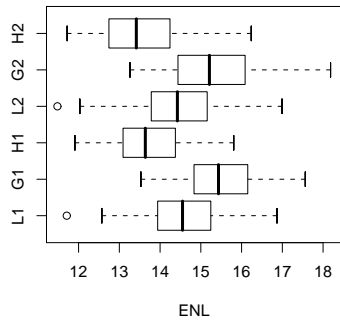
En cuanto a la preservación de bordes, en las **Figuras 2(d)** y **2(e)** se muestran los resultados β y β_1 , destacándose nuevamente el desempeño de los dos filtros MAP, principalmente con β_1 . Estos resultados coinciden con lo observado en la **Figura 1**, donde se puede ver que la imagen filtrada con el filtro de Lee borra más los bordes, sobre todo el horizontal que divide zonas con bajo nivel de contraste.

En las **Figuras 2(f)** y **2(g)** se presentan los resultados de la media y la desviación estándar del speckle estimado. La media resulta significativamente diferente de 1 para los tres filtros, lo cual denota que ninguno de ellos preserva la exactitud radiométrica. En cuanto al desvío del speckle ninguno de los filtros resulta consistente con el modelo del speckle, pues presentan valores demasiado pequeños. No obstante, Oliver & Quegan (1998) indican que esto no es necesariamente una desventaja, pues un valor grande de desvío podría significar que blancos puntuales son tratados como ruido speckle.

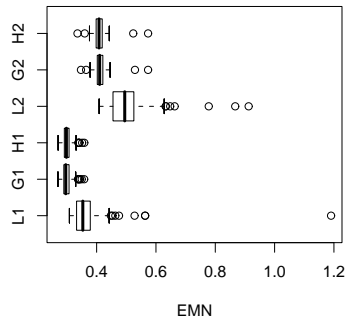
A diferencia del filtro de Lee que sólo supone distribución para el ruido speckle, los filtros MAP presuponen también distribución para el backscatter. Como es de esperar este conocimiento permite una mejor restauración de la imagen. Este mejor desempeño fue constatado a través de varias medidas en un experimento Monte Carlo.

Referencias

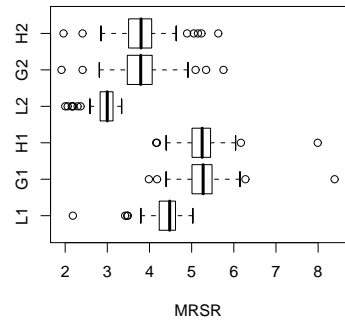
- Allende, H., Frery, A. C., Galbiati, J. & Pizarro, L. (2006), 'M-estimators with asymmetric influence functions: the GA0 distribution case', *Journal of Statistical Computation and Simulation* **76**(11), 941–956.
- Cribari-Neto, F., Frery, A. C. & Silva, M. F. (2002), 'Improved estimation of clutter properties in speckled imagery', *Computational Statistics and Data Analysis* **40**(4), 801–824.



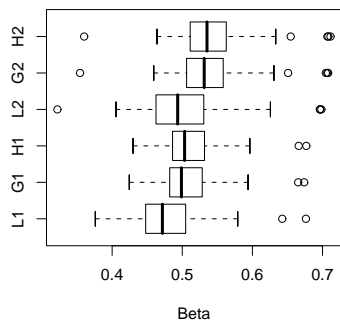
(a) NEL



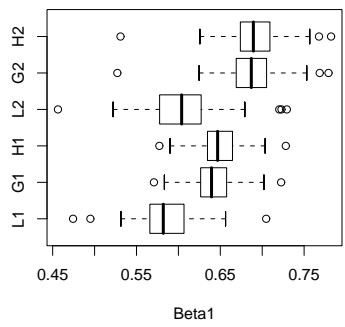
(b) ECMN



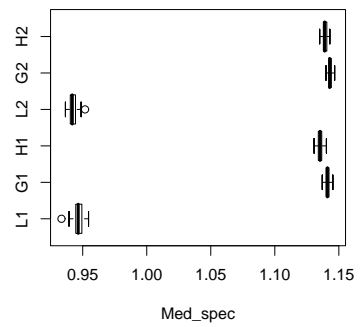
(c) MRSR



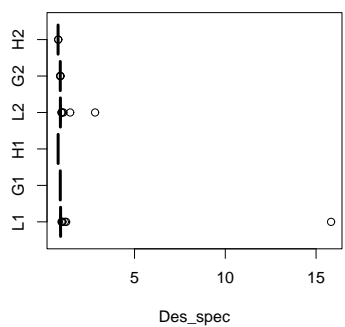
(d) β



(e) β_1



(f) Media del speckle



(g) Desvío estándar del speckle

Figura 2: Boxplots de las medidas de calidad en las dos situaciones

- Frery, A. C., Müller, H. J., Yanasse, C. C. F. & Sant'Anna, S. J. S. (1997a), 'A model for extremely heterogeneous clutter', *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* **35**(3), 648–659.
- Frery, A. C., Sant'Anna, S. J. S., Mascarenhas, N. D. A. & Bustos, O. H. (1997b), 'Robust inference techniques for speckle noise reduction in 1-look amplitude SAR images', *Applied Signal Processing* **4**, 61–76.
- Hao, X. & Gao, S. (1999), 'A novel multiscale nonlinear thresholding method for ultrasonicspeckle suppressing', *IEEE Transactions on Medical Imaging* **18**(9), 787–794.
- Kuan, D. T., Sawchuk, A. A., Strand, T. C. & Chavel, P. (1987), 'Adaptive restoration of images with speckle', *IEEE Transactions Acoustics, Speech and Signal Processing* **3**, 373–383.
- Lee, J. S. (1980), 'Digital image enhancement and noise filtering by use of local statistics', *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* **2**(2), 165–168.
- Lee, J. S., Jurkevich, I., Dewaele, P., Wambacq, P. & Oosterlinck, A. (1994), 'Speckle filtering of synthetic aperture radar images: A review', *Remote Sensing Reviews* **8**, 131–340.
- Lopes, A., Nezry, E., Touzi, R. & Laur, H. (1990), Maximum a posteriori speckle filtering and first order texture models in sar images, in 'International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS 1990)', College Park, MD, pp. 2409–2412.
- Mejail, M. (1999), La Distribución GA0 en el Modelado y Análisis de Imágenes de Radar de Apertura Sintética, Doctorado en ciencias de la computación, Universidad Nacional de Buenos Aires.
- Mejail, M. E., Jacobo-Berlles, J., Frery, A. C. & Bustos, O. H. (2003), 'Classification of SAR images using a general and tractable multiplicative model', *International Journal of Remote Sensing* **24**(18), 3565–3582.
- Moschetti, E., Palacio, M. G., Picco, M., Bustos, O. H. & Frery, A. C. (2006), 'On the use of lee's protocol for speckle-reducing techniques', *Latin American Applied Research* **36**, 115–121.
- Müller, H. J., Frery, A. C., Jacobo-Berlles, J., Mejail, M. & Moreira, J. R. (2000), The harmonic branch of the multiplicative model: Properties and application, in 'EUSAR Proceedings VDE-Verlag', München, pp. 301–310.
- Oliver, C. & Quegan, S. (1998), *Understanding Synthetic Aperture Radar Images*, Artech House, Boston.
- Palacio, M. G. (2002), Comportamiento de filtros reductores de speckle en imágenes de radar de abertura sintética, Disertación de maestría en estadística, Universidad Nacional de Córdoba. Argentina.
- Quartulli, M. & Datcu, M. (2004), 'Stochastic geometrical modeling for built-up area understanding from a single SAR intensity image with meter resolution', *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* **42**(9), 1996–2003.
- Sant'Anna, S. J. S. (1995), Avaliação do desempenho de filtros reductores de speckle em imagens de radar de abertura sintética, Dissertação de Mestrado em Sensoriamento Remoto, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, Brasil.
- Vasconcellos, K. L. P., Frery, A. C. & Silva, L. B. (2005), 'Improving estimation in speckled imagery', *Computational Statistics* **20**(3), 503–519.
- Wang, Z., Bovik, A. & Lu, L. (2002), Why is image quality assessment so difficult?, in 'IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing Proceedings', Vol. 4, pp. 3313–3316.