# DETECÇÃO DE BORDAS COM O MODELO DE DIFUSÃO ANISOTRÓPICA.

# JOSÉ IGUELMAR MIRANDA<sup>1</sup> JOÃO CAMARGO NETO<sup>1</sup>

#### <sup>1</sup>Embrapa Informática Agropecuária Caixa Postal 6041, 13083-970 - Campinas - SP, Brasil. {miranda, camargo}@cnptia.embrapa.br

**Abstract.** This paper describes how to use an anisotropic diffusion model with time-dependent diffusion coefficients to denoise a digital image while preserving its edges. Traditional edge detection algorithms, while good for denoising an image, lack in preserving its edges, due to the smoothing process. Edge detection algorithms, based on partial differential equations, or diffusion models, are superior alternatives to solve this kind of problem.

Keywords: noise removal, edge detection, anisotropic diffusion, image processing.

## 1. Introdução

A detecção de bordas é um dos processos mais comuns na análise de imagens digitais, contando com uma grande variedade de algoritmos. O interesse acontece porque as bordas definem o contorno dos objetos encontrados na imagem. Elas são as regiões de transição numa imagem digital e geralmente definem fronteiras entre um objeto e o fundo, e entre contornos de objetos que se sobrepõem ou se tocam. Detectadas precisamente as bordas dos objetos, eles podem ser localizados e suas propriedades básicas, como área, perímetro e forma, medidas. Portanto, o processo de detecção de bordas se qualifica como uma ferramenta essencial para a análise de imagens.

Um problema ubíquo nas imagens digitais é o *ruído*. Devido a muitos fatores, como intensidade de luz, tipo de câmera e lentes, movimento, temperatura, efeitos atmosféricos, entre outros, é improvável que dois pixels que correspondam precisamente ao mesmo nível de cinza na cena terão o mesmo nível na imagem digital. Os ruídos são do tipo aleatório e sistemático. Ruídos aleatórios só são caracterizados por uma distribuição estatística. Ruídos sistemáticos são mais fáceis de detectar e eliminar. O resultado de ruídos na imagem é produzir uma variação aleatória nos valores dos níveis de cinza entre os pixels, de maneira que a borda ideal não é encontrada em imagens reais.

O ruído aleatório sempre existe, o sistemático não. O problema é que ele não pode ser identificado e medido precisamente, desde que não se pode diferenciar a sua contribuição nos valores de níveis de cinza dos pixels da imagem. Felizmente, algumas vezes, o ruído aleatório pode ser caracterizado pelo seu efeito na imagem, expressado como uma distribuição de probabilidade tendo média e desvio padrão específico (Parker, 1997). Assim, antes de se trabalhar com uma imagem, faz-se necessário um processo de filtragem desse tipo de ruído, normalmente através do processo de detecção de bordas.

Geralmente, os operadores de borda podem ser classificados em três grupos: (a) aqueles com base em derivadas parciais, aproximadas por *diferenças* para o caso discreto das imagens digitais, cuja função é identificar lugares onde existem grandes mudanças de intensidade; (b) aqueles que modelam a borda com um filtro de pequenas dimensões mostrando propriedades abstratas de uma borda ideal; e (c) operadores que usam modelos

matemáticos para as bordas, com base em equações diferencias parciais, ou modelos de difusão, que procuram, dependendo do método adotado, por máximos ou mínimos da função. Esse último é o tipo de filtro da presente abordagem.

Processos de difusão anisotrópica, ou não linear, têm sido usados recentemente para melhorar a tarefa de detecção de bordas e eliminar ruídos de imagens em várias áreas. Com imagens médicas, Chung e Sapiro (2000) usaram o modelo de difusão para detectar as bordas de lesões de pele em imagens digitais clínicas de pele. Demirkaya (2002) aplica as equações diferenciais parciais (EDP) do modelo de difusão para atenuar problemas de ruído em imagens médicas de tomografia do tipo *positron emission tomography* (PET). Os resultados mostraram uma significativa melhora na qualidade das imagens filtradas com perda mínima de resolução. Gibou et al. (2005) fazem uso das EDP em imagens clínicas de pacientes obtidas pelos métodos de radioterapia conformal 3D e de terapia de radiação moduladas por intensidade.

Na agricultura, Karantzalos e Argialas (2004) apresentam uma implementação desse método para a extração de pés de oliva em imagens de alta-resolução dos satélites Ikonos e Quickbird. Para restauração de imagens, Alvarez et al. (1992), Alvarez e Mazorra (1994) e Torkamani-Azar e Tait (1996) adotaram o modelo de difusão anisotrópica conseguindo eliminar ruídos, minimizar o efeito de suavização e realçar bordas.

Variantes do modelo de difusão anisotrópica aparecem nos trabalhos de Acton (1998), usando multi-reticulado, um método de relaxamento hierárquico, que apresenta suavização intra-região rápida e reduz ruídos devido à eliminação de erros de baixa-freqüência; Weickert et al. (1998) apresentam um esquema, denominado semi-implícito, que usa o operador aditivo por partição; e Gilboa et al. (2001) apresentam duas modificações no processo de difusão anisotrópico que convergem para soluções não triviais, eliminando a necessidade de impor um tempo arbitrário de parada para a difusão nas EDP.

#### 2. Modelo de Difusão Anisotrópica

A importância da descrição de uma imagem em múltiplas escalas foi reconhecida nos primórdios da visão por computador. O formalismo desse problema é a idéia da filtragem, ou transformação, do espaço-escala. A teoria espaço-escala é uma base teórica para a representação de imagens, ou sinais, em múltiplas escalas, desenvolvido pelas comunidades de processamento de imagens e processamento de sinais. É uma teoria formal para manusear estruturas de imagens em diferentes escalas, de maneira que atributos em escalas maiores podem ser sucessivamente suprimidos e um parâmetro de escala *t* pode ser associado com cada nível da representação espaço-escala. A idéia essencial para essa abordagem tem como base envolver a imagem original,  $I_0(x, y)$ , numa família de imagens derivadas, I(x, y; t), obtidas pela convolução a imagem original com um filtro Gaussiano G(x, y; t), com variância ("tempo") *t* (Perona e Malik, 1990):

$$G(x, y; t) = \frac{1}{2\pi t} e^{-(x^2 + y^2)/2t}$$
(1)

tal que:

$$I(x, y; t) = I_0(x, y)^* G(x, y; t)$$
(2)

2

O "tempo" t é um parâmetro de escala: incrementos em t geram representações mais simples da imagem, ou com resoluções menores. O encapsulamento da imagem original nessa família de um parâmetro, ou imagens simplificadas, é chamado *espaço-escala*. A família de parâmetro único -- resolução em t -- de imagens derivadas pode ser vista como a solução da equação de condução, ou difusão, do calor (uma equação diferencial parcial de segunda ordem, parabólica e linear):

$$I_t = \Delta I = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$
(3)

com a condição inicial  $I(x, y; 0) = I_0(x, y)$ , a imagem original. Variantes têm sido expressas mostrando que essa é a forma canônica para se gerar um espaço-escala linear, com base nos requisitos essenciais que novas estruturas não devem ser criadas a partir de uma escala maior para uma escala menor.

A motivação para a geração de uma representação do espaço-escala de certos dados se origina do ponto básico que objetos do mundo real são compostos de diferentes estruturas em diferentes escalas. Isso implica que objetos do mundo real, em contraste a entidades idealizadas matematicamente, tais como pontos e linhas, podem aparecer de diferentes maneiras dependendo da escala de observação. Por exemplo, o conceito de uma "árvore" é apropriado na escala de metros, enquanto o conceito de folhas e moléculas é mais apropriado em escalas bem maiores. Para um sistema de visão por computador analisando uma cena desconhecida, não existe maneira de se saber a priori que escalas são apropriadas para descrever os dados. Daí, a única abordagem razoável é considerar a descrição em todas as escalas simultaneamente.

Da representação espaço-escala, uma grande variedade de operações de processamento de imagens e visão por computador podem ser expressadas, tais como detecção de atributos, classificação, segmentação, estimativa de movimento e cálculo de formas, com base (possivelmente não linear) em combinações de derivadas do Gaussiano em múltiplas escalas.

Koenderink (1986) motiva a formulação da equação de difusão apresentando dois critérios: (1) *causalidade*: qualquer atributo no nível de menor resolução possui uma "causa" (não necessariamente única) no nível de maior resolução, embora a recíproca não necessariamente seja verdadeira. Isso significa que nenhum detalhe espúrio deveria ser gerado quando a resolução é diminuída; (2) *homogeneidade* e *isotropia*: a suavização da imagem é requerida ser invariante no espaço.

O critério da causalidade não exige que a escolha do filtro seja Gaussiano para a suavização, embora seja o mais usado e o mais simples. Perona e Malik (1990) fazem uma crítica a esse modelo padrão espaço-escala e apresentam um conjunto adicional de critérios para a obtenção de descrições em múltiplas escalas "semanticamente significativas," condição obtida pela variação do coeficiente de difusão. Na nova proposta, o critério de causalidade é mantido.

No paradigma do padrão espaço-escala a verdadeira localização de uma fronteira em uma escala de baixa resolução não está diretamente disponível na imagem com o mesmo padrão de escala. A localização das bordas ou fronteiras nas escalas de mais baixa resolução são deslocadas da sua posição original. A razão para essa distorção espacial está no fato de que a suavização Gaussiana não "respeita" as bordas naturais dos objetos da imagem, tornando-as mais difusas. Com base nessa motivação, Perona e Malik (1990) anunciam os critérios que devem ser satisfeitos para gerar descrições em múltiplas escalas "semanticamente significativas" para imagens: (1) *causalidade*: uma representação espaço-escala deveria ter a propriedade que nenhum detalhe espúrio deveria ser gerado passando da maior para a menor escala; (2) *localização imediata*: a cada resolução, os limites da região deveriam ser bem definidos e coincidir com as bordas semanticamente significativas naquela resolução; e (3) *suavização passo-a-passo*: em todas as escalas, a suavização intra-região deveria ocorrer preferencialmente sobre suavização inter-região.

A solução apresentada pelo autores para a modificação do paradigma espaço-escala linear ocorreu na equação de difusão, onde o coeficiente de difusão c é assumido ser uma constante independente da localização no espaço. Eles mostram que uma escolha apropriada de c(x, y; t) permitira satisfazer os critérios dois e três listados anteriormente. Além disto, isto pode ser feito sem sacrificar o critério de causalidade. Perona e Malik (1990) propuseram a seguinte equação de difusão anisotrópica:

$$I_t = div(c(x, y; t)\nabla I) = c(x, y; t)\Delta I + \nabla c \cdot \Delta I$$
(4)

Onde *div* é o operador divergente,  $\nabla e \Delta$  representam os operadores gradiente e Laplaciano, respectivamente, com respeito à variável espacial. A equação (4) se reduz à equação isotrópica de difusão do calor  $I_t = c \cdot \Delta I$  se c(x, y; t) for uma constante.

Suponha que no tempo (escala) *t*, fosse conhecida as localizações das bordas das regiões apropriadas para aquela escala. O objetivo é suavizar *dentro* de uma região em vez de suavizar *percorrendo* a região das bordas. Isso foi feito ajustando o coeficiente de condução para 1 no interior de cada região e 0 nas bordas. A suavização aconteceria separadamente em cada região com nenhuma interação entre as regiões. As bordas permaneceriam bem definidas.

O sucesso do processo de difusão em satisfazer os três objetivos do espaço-escala citados dependerá de quão acertada for a estimativa de acerto da posição das bordas. Uma melhor estimativa da posição das bordas que dá excelentes resultados é o gradiente da função de brilho Os autores mostram que a difusão na qual o coeficiente de condução é escolhido localmente como uma função de magnitude do gradiente da função de brilho:

$$c(x, y, t) = g(||\nabla I(x, y; t)||)$$
(5)

preservará e delineará o brilho das bordas se a função  $g(\cdot)$  for escolhida apropriadamente. A escolha de  $g(\cdot)$ , segundo os autores, ficou restrita a uma subclasse de funções monotonicamente decrescente.

#### 3. Estudo de Caso

A equação (4) pode ser discretizada em um reticulado quadrado, ou vizinhança-4, com valores de brilho (pixels) associados aos vértices e os coeficientes de condução aos arcos. Uma discretização dos 4-vizinhos do operador Laplaciano pode ser usado:

$$I_{i,j}^{t+1} = I_{i,j}^{t} + \lambda [c_N \cdot \delta_N I + c_s \cdot \delta_S I + c_E \cdot \delta_E I + c_W \cdot \delta_W I]_{i,j}^{t}$$
(6)

onde  $0 \le \lambda \le \frac{1}{4}$  para o esquema numérico permanecer estável; N, S, E, W são os mnemônicos para Norte, Sul, Leste e Oeste; os sobrescritos e super-escritos nos colchetes

são aplicados a todos os termos que eles circunscrevem, e o símbolo  $\delta$  indica as diferenças dos vizinhos mais próximos, dadas por:

$$\delta_{N}I_{i,j} \equiv I_{i,j+1} - I_{i,j}$$
  

$$\delta_{S}I_{i,j} \equiv I_{i,j-1} - I_{i,j}$$
  

$$\delta_{E}I_{i,j} \equiv I_{i+1,j} - I_{i,j}$$
  

$$\delta_{W}I_{i,j} \equiv I_{i-1,j} - I_{i,j}$$
(7)

O valor do gradiente pode ser calculado em diferentes estruturas de vizinhança, conseguindo diferentes resultados entre precisão e localidade. A escolha mais simples consiste em aproximar a norma do gradiente a cada localização de arco com o valor absoluto de sua projeção ao longo da direção do arco:

$$c_{N_{i,j}}^{t} = g\left( \left| \nabla_{N} I_{i,j}^{t} \right| \right)$$

$$c_{S_{i,j}}^{t} = g\left( \left| \nabla_{S} I_{i,j}^{t} \right| \right)$$

$$c_{E_{i,j}}^{t} = g\left( \left| \nabla_{E} I_{i,j}^{t} \right| \right)$$

$$c_{W_{i,j}}^{t} = g\left( \left| \nabla_{W} I_{i,j}^{t} \right| \right)$$
(8)

Esse esquema não é a discretização exata de (4), mas da equação de difusão similar na qual o tensor de condução é diagonal com valores de entrada  $g(|I_x|) e g(|I_y|)$  em vez de  $g(||I_x||) e g(||I_x||)$ . Esse esquema de discretização preserva a propriedade das equações contínuas (4) de que a quantidade total de brilho na imagem é preservada.

O esquema numérico usado para obter as figuras nesse artigo é fornecido pelas equações (6), (7) e (8), usando a imagem original como condição inicial e condições de contorno adiabáticas, i.e., fazendo o coeficiente de condução igual a zero nas bordas da imagem. Um valor constante para o coeficiente de condução c (i.e.,  $g(\cdot) = 1$ ) leva a uma suavização Gaussiana. Funções diferentes foram usadas para  $g(\cdot)$  produzindo resultados similares perceptivamente. As imagens nesse artigo foram obtidas usando definindo  $g(\cdot)$  como:

$$g(\nabla I) = e^{(-(\|\nabla I\|)/K)^2)}$$
(9)

O espaço-escala gerado por essa função privilegia bordas de alto contraste em detrimento das de baixo contraste.

### 4. Resultados

Parte de uma imagem CBERS, banda 3, de Guairá, SP, passagem 23/12/2005, serviu de área teste. A **Figura 1** mostra, em seqüência, a imagem original e as imagens resultantes da aplicação do algoritmo de difusão anisotrópica após 5, 10 e 20 iterações. Percebe-se que à medida que o número de iterações aumenta, os detalhes intra-regiões são "perdidos," ao mesmo tempo em que as bordas são mantidas. Por exemplo, os detalhes dos arruamentos nas plantações de cana e diferenças de valores espectrais dentro dos pivôs, matas galerias e solo exposto são progressivamente diminuídos, desaparecendo eventualmente.



Figura 1 Imagem original, após 5, 10 e 20 iterações (esquerda para direita)

As **Figura 2** e **Figura 3** mostram a ação do algoritmo de detecção de bordas proposto por Canny (1986) na imagem original e na imagem suavizada com o filtro de difusão anisotrópica após 20 iterações (desvio padrão = 1.0), respectivamente. Percebe-se nitidamente nessas imagens o resultado do filtro de difusão anisotrópica e sua ação em retirar ruídos intra-regiões enquanto preserva as bordas.



Figura 2 Bordas de Canny da imagem original (desvio padrão = 1.0).



Figura 3 Bordas de Canny da imagem filtrada por difusão anisotrópica com 20 iterações (desvio padrão = 1.0).

## 5. Conclusão

O algoritmo se comportou bem para aplicações de segmentação de imagens em múltiplas escalas. O processo provou ser eficiente na preservação de bordas e eliminação de ruídos intra-regiões, enquanto preservou, em cada escala, as formas e posições dos objetos da imagem original. Os resultados apresentados originaram-se de uma implementação Java do algoritmo proposto.

### Referências

Acton, S. T. Multigrid anisotropic diffusion. *IEEE Transaction on image processing*, v. 7, n. 3, p. 280-291, 1998.

Alvarez, L.; Lions, P-L.; Morel, J-M. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. *Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) Journal on Numerical Analysis*, v. 29, n. 3, p. 845-866, 1992.

Alvarez, L.; Mazorra, L. Signal and image restoration using shock filters and anisotropic diffusion. *Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) Journal on Numerical Analysis*, v. 31, n. 2, p. 590-605, 1994.

Canny, J. A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Patterns Analysis and Machine Intelligence*, v. 8, n. 6, p. 679-698, 1986.

Chung, D. H.; Sapiro, G. Segmenting skin lesions with partial differential equations based image processing algorithm. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, v. 19, n. 7, p. 763-767, 2000.

Demirkaya, O. Anisotropic diffusion filtering of PET attenuation data to improve emission images. *Physics in Medicine and Biology*, v. 47, p. 271-278, 2002.

Gibou, F. et al. Partial differential equations-based segmentation for radiotherapy treatment planning. *Mathematical Biosciences and Engineering*, v. 2, n. 2, p. 209-226, 2005.

Gilboa, G.; Yehoshua, Y. Z.; Sochen, N. Image enhancement segmentation and denoising by time dependent nonlinear diffusion processes. *Proceedings* IEEE International Conference on Image Processing (ICIP) 2001, Thessaloniki, Greece, vol. 3, pp. 134-137, 2001.

Karantzalos, K. G.; Argialas, D. P. Towards automatic olive tree extraction from satellite imagery. Istanbul, ISPRS 2004 12-23 July 2004, Congress title: Geo-Imagery Bridging Continents, XXth ISPRS Congress, 12-23 July 2004 Istanbul, Turkey

Koenderink J. J. The structure of images. Biological Cybernetics, v. 50, p. 363-370, 1984.

Parker, J.R. *Algorithms for image processing and computer vision*. New York, NY: John Wiley & Sons, 1997. 417 p.

Perona, P.; Malik, J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Patterns Analysis and Machine Intelligence*, v. 12, n. 7, p. 629-639, 1990.

Torkamani-Azar, F.; Tait, K. E. Image recovery using the anisotropic diffusion equation. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 19, n. 7, p. 763-767, 2000.

Weickert, J.; Romeny, B. M. H.; Viergever, M. A. Efficient and reliable schemes for nonlinear diffusion filtering. *IEEE Transactions on Image Processing*, v. 7, n. 3, p. 398-410, 1998.